Phần 1: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

Câu 1: [2H3-1.1-3]Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(5;3;-1)$, $B(2;3;-4)$ và $C(1;2;0)$. Tọa độ điểm D đối xứng với C qua đường thẳng AB là

A. $(6;4;-5)$. **B.** $(4;6;-5)$. **C.** $(6;-5;4)$. **D.** $(-5;6;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình đường thẳng AB: $\begin{cases} x = 5+3t \\ y = 3 \\ z = -1+3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Gọi $C_1(5+3t;3;-1+3t)$ là hình chiếu vuông góc của C lên đường thẳng AB.

Ta có: $\overrightarrow{CC_1} = (4+3t;1;-1+3t)$.

Khi đó: $\overrightarrow{CC_1} \perp \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CC_1}.\overrightarrow{BA} = 0 \Leftrightarrow 3(4+3t)+3(-1+3t)=0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$. Hay $C_1\left(\frac{7}{2};3;-\frac{5}{2}\right)$.

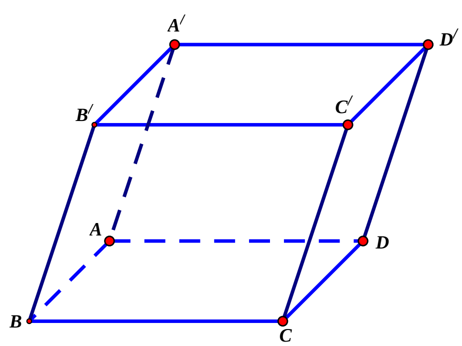
Điểm D đối xứng với C qua đường thẳng $AB \Rightarrow C_1$ là trung điểm $CD \Rightarrow D(6;4;-5)$.

Câu 2: **[2H3-1.1-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3;2;1)$, $C(4;2;0)$, $B'(-2;1;1)$, $D'(3;5;4)$. Tìm tọa độ điểm A' của hình hộp.

A. $A'(-3;3;1)$. **B.** $A'(-3;-3;3)$. **C.** $A'(-3;-3;-3)$. **D.** $A'(-3;3;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi $A'(x_1;y_1;z_1)$, $C'(x_2;y_2;z_2)$.

Tâm của hình bình hành $A'B'C'D'$ là $I\left(\frac{1}{2};3;\frac{5}{2}\right)$.

Do I là trung điểm của $A'C'$ nên $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ y_1+y_2=6 \\ z_1+z_2=5 \end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (7;0;-1)$ và $\overrightarrow{A'C'} = (x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1)$.

Do $ACC'A'$ la hình bình hành nên $\begin{cases} x_2 - x_1 = 7 \\ y_2 - y_1 = 0 \\ z_2 - z_1 = -1 \end{cases}$.

Xét các hệ phương trình:

• $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 - x_1 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 4 \end{cases}$. • $\begin{cases} y_1 + y_2 = 6 \\ y_2 - y_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = 3 \end{cases}$. • $\begin{cases} z_1 + z_2 = 5 \\ z_2 - z_1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_2 = 2 \end{cases}$.

Vậy $A'(-3;3;3)$.

Cách khác

Gọi I là trung điểm của AC $\Rightarrow I\left(\frac{1}{2};2;\frac{1}{2}\right)$.

Gọi I' là trung điểm của $B'D'$ $\Rightarrow I'\left(\frac{1}{2};3;\frac{5}{2}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{II'} \Rightarrow A'(-3;3;3)$.

Câu 3: [2H3-1.1-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ với $a > 0$, $b > 0$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC'. Giả sử $a + b = 4$, giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $A'BDM$ bằng:

A. $\frac{64}{27}$. **B.** $\frac{128}{27}$. **C.** $\frac{128}{9}$. **D.** $\frac{27}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Từ giả thiết, suy ra $\begin{cases} C(a;a;0) \\ B'(a;0;b) \\ D'(0;a;b) \\ C'(a;a;b) \end{cases} \longrightarrow M\left(a;a;\frac{b}{2}\right)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{A'B} = (a;0;-b) \\ \overrightarrow{A'D} = (0;a;-b) \\ \overrightarrow{AM} = \left(a;a;-\frac{b}{2}\right) \end{cases} \longrightarrow \left[\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{A'D}\right] = (ab;ab;a^2) \longrightarrow \left[\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{A'D}\right].\overrightarrow{A'M} = \frac{3a^2b}{2}$.

Thể tích khối tứ diện $V_{A'MBD} = \frac{1}{6}\left[\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{A'D}\right].\overrightarrow{A'M} = \frac{a^2b}{4}$.

Do $a,\ b > 0$ nên áp dụng BĐT Côsi, ta được

$$4 = a + b = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a + b \ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{4}a^2b} \longrightarrow a^2b \le \frac{64}{27}.$$

Suy ra $\max V_{A'MBD} = \frac{64}{27}$.

Câu 4: [2H3-1.2-3]Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;0;-2)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 25$. Một đường thẳng d đi qua A, cắt mặt cầu tại hai điểm M, N. Độ dài ngắn nhất của MN là

A. 8. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A.

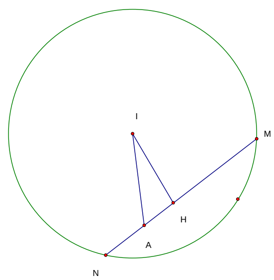
Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=25$ có tâm $I(1;-2;-3); R=5$

Ta có : $AI=3<5=R.$ Nên điểm A năm trong mặt cầu.

Gọi H là hình chiếu của I trên đường thẳng d.

Trong tam giác vuông ΔIAH và ΔIHM Ta có: $IH \le IA; \frac{1}{2}MN=HM=\sqrt{IM^2-IH^2}$

Do đó để $MN_{\min}$ thì $IH_{Max} \Rightarrow IH=IA \Rightarrow MN=2HM=2\sqrt{IM^2-IA^2}=8.$



Câu 5: [2H3-1.2-3] Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;-2;-5)$ và đường thẳng $(d):\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. Biết $N(a;b;c)$ thuộc (d) và độ dài MN ngắn nhất. Tổng $a+b+c$ nhận giá trị nào sau đây?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

$N\in(d)\Rightarrow N(1+2t;-1+t;-t)$.

$MN=\sqrt{(2t-1)^2+(1+t)^2+(5-t)^2}=\sqrt{6(t-1)^2+21}\ge\sqrt{21}$

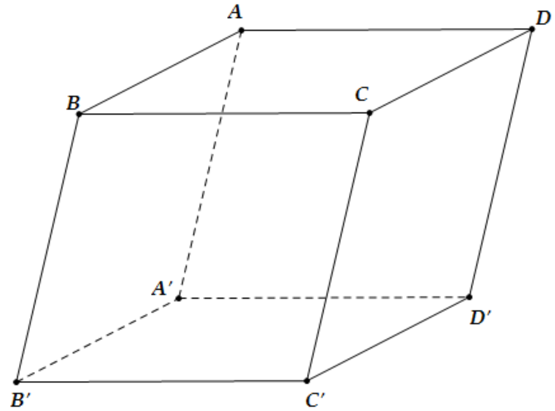
$\Rightarrow MN$ ngắn nhất bằng $\sqrt{21}$ khi $t=1$ khi đó $N(3;0;-1)\Rightarrow a+b+c=3+0-1=2$.

Câu 6: **[2H3-1.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2;1;3)$; $B(0;-1;-1)$; $C(-1;-2;0)$; $D'(3;-2;1)$. Tính thể tích hình hộp.

A. 24. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{BA}=(2;2;4)$; $\overrightarrow{BC}=(-1;-1;1)$

$\left[\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right]=(6;-6;0)\Rightarrow S_{ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right]\right|=\sqrt{6^2+(-6)^2}=6\sqrt{2}$.

Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua điểm $A(2;1;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right]=(6;-6;0)$ có phương trình: $6(x-2)-6(y-1)+0(z-3)=0\Leftrightarrow x-y-1=0$.

$h=d\left(D';(ABCD)\right)=\dfrac{|3-(-2)-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$.

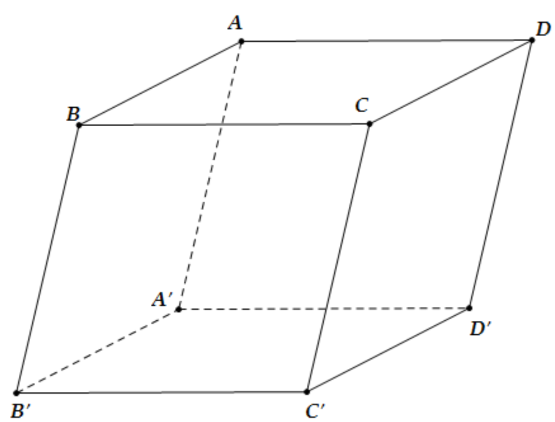
Vậy thể tích hình hộp là $V=S_{ABCD}.h=6\sqrt{2}.2\sqrt{2}=24$.

Câu 7: **[2H3-1.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2;1;3)$; $B(0;-1;-1)$; $C(-1;-2;0)$; $D'(3;-2;1)$. Tính thể tích hình hộp.

A. 24. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{BA}=(2;2;4)$; $\overrightarrow{BC}=(-1;-1;1)$

$\left[\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right]=(6;-6;0)\Rightarrow S_{ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right]\right|=\sqrt{6^2+(-6)^2}=6\sqrt{2}$.

Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua điểm $A(2;1;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right]=(6;-6;0)$ có phương trình: $6(x-2)-6(y-1)+0(z-3)=0 \Leftrightarrow x-y-1=0$.

$h=d\left(D';(ABCD)\right)=\dfrac{|3-(-2)-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$.

Vậy thể tích hình hộp là $V=S_{ABCD}.h=6\sqrt{2}.2\sqrt{2}=24$.

Câu 8: [2H3-1.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;2;-2), B(3;-3;3)$. M là điểm thay đổi trong không gian thỏa mãn $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng?

A. $12\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

Lời giải

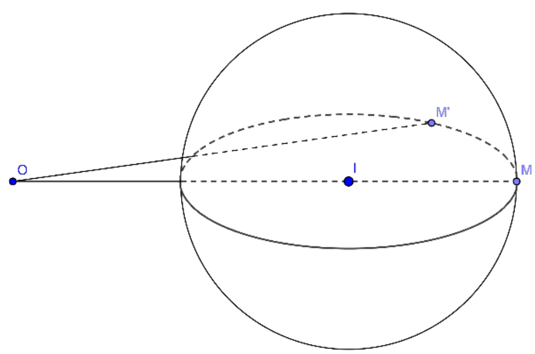
Chọn A.

Gọi $M(x;y;z)$. Ta có:

$\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{2}{3} \Leftrightarrow 9MA^2=4MB^2 \Leftrightarrow 9\left[(x+2)^2+(y-2)^2+(z+2)^2\right]=4\left[(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+12x-12y+12z=0 \Rightarrow M \in$ mặt cầu (S) tâm $I(-6;6;-6)$ bán kính $R=6\sqrt{3}$

Khi đó $OM_{\max}=d(O;I)+R=OI+R=6\sqrt{3}+6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$.



Câu 9: [2H3-1.2-3]Cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Độ dài phân giác trong của ΔABC kẻ từ đỉnh B là

A. $\dfrac{2\sqrt{74}}{5}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{74}}{3}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{73}}{3}$. **D.** $2\sqrt{30}$.

Giải

Chọn B.

Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác kẻ từ đỉnh B.

Ta có $\dfrac{BA}{BC}=\dfrac{AD}{CD}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow \overrightarrow{AD}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CD}\Rightarrow \begin{cases}2(a-1)=-a-4\\2(b-2)=-b+7\\2(c+1)=-c+5\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=-\dfrac{2}{3}\\b=\dfrac{11}{3}\\c=1\end{cases}\Rightarrow BD=\dfrac{2\sqrt{74}}{3}$.

Câu 10: [2H3-1.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;0)$, $B(0;1;1)$, $C(1;0;1)$. Xét điểm D thuộc mặt phẳng Oxy sao cho tứ diện $ABCD$ là một tứ diện đều. Kí hiệu $D(x_0;y_0;z_0)$ là tọa độ của điểm D. Tổng x_0+y_0 bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tính được $AB=BC=CA=\sqrt{2}$.

Do $D\in(Oxy)\longrightarrow D(x_0;y_0;0)$. Yêu cầu bài toán $\leftrightarrow DA=DB=DC=\sqrt{2}\leftrightarrow \begin{cases}DA=\sqrt{2}\\DB=\sqrt{2}\\DC=\sqrt{2}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x_0^2+y_0^2}=\sqrt{2}\\\sqrt{x_0^2+(y_0-1)^2+1}=\sqrt{2}\\\sqrt{(x_0-1)^2+y_0^2+1}=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x_0^2+y_0^2=2\\x_0^2+(y_0-1)^2=1\\(x_0-1)^2+y_0^2=1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x_0=1\\y_0=1\end{cases}\longrightarrow x_0+y_0=2.$$

Câu 11: **[2H3-1.3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;4)$, điểm M nằm trên mặt phẳng (Oxy) và $M\neq O$. Gọi D là hình chiếu vuông góc của O lên AM và E là trung điểm của OM. Biết đường thẳng DE luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định. Tính bán kính mặt cầu đó.

A. $R=2$. **B.** $R=1$. **C.** $R=4$. **D.** $R=\sqrt{2}$.

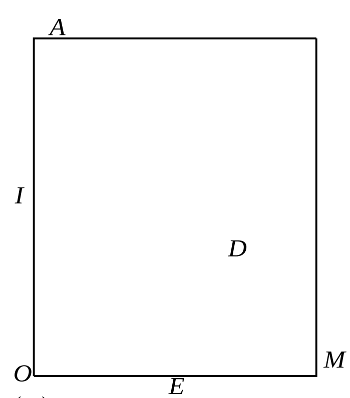
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có tam giác OAM luôn vuông tại O.

Gọi I là trung điểm của OA (Điểm I cố định)

Ta có tam giác ADO vuông tại D có ID là đường trung tuyến nên $ID=\dfrac{1}{2}OA=2$ (1)



Ta có IE là đường trung bình của tam giác OAM nên IE song song với AM mà $OD\perp AM\Rightarrow OD\perp IE$

Mặt khác tam giác EOD cân tại E. Từ đó suy ra IE là đường trung trực của OD

Nên $\widehat{DOE}=\widehat{ODE};\widehat{IOD}=\widehat{IDO}\Rightarrow \widehat{IDE}=\widehat{IOE}=90^\circ\Rightarrow ID\perp DE$ (2)

Vậy DE luôn tiếp xúc với mặt cầu tâm I bán kính $R=\dfrac{OA}{2}=2$

Câu 12: [2H3-1.3-3] Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có $S(2;2;6)$, $A(4;0;0)$, $B(4;4;0)$, $C(0;4;0)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. 48. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 24.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(0;-4;0)$, $\overrightarrow{BC}=(-4;0;0)\Rightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=0\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

$BA=\left|\overrightarrow{BA}\right|=4$, $BC=\left|\overrightarrow{BC}\right|=4\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}.4.4=8$.

Mà $A(4;0;0)$, $B(4;4;0)$, $C(0;4;0)$ thuộc mặt phẳng $(Oxy):z=0$ suy ra $d(S,(ABC))=d(S,(Oxy))=6$. Vậy thể tích $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}d(S,(ABC)).S_{ABC}=\frac{1}{3}.6.8=16$.

Câu 13: **[2H3-1.3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;2;0)$, $A_1(0;0;m)$ $(m>0)$ và A_1C vuông góc với BC_1. Thể tích khối tứ diện A_1CBC_1 là

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 4. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $C_1(x;y;z)$.

Ta có: $ABC.A_1B_1C_1$ là hình lăng trụ nên $\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{CC_1}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y-2=0\\z=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=2\\z=m\end{cases}\Rightarrow C_1(0;2;m)$.

Suy ra: $\overrightarrow{A_1C}=(0;2;-m)$, $\overrightarrow{BC_1}=(-2;2;m)$.

Do A_1C vuông góc với BC_1 nên $\overrightarrow{A_1C}.\overrightarrow{BC_1}=0\Leftrightarrow 4-m^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-2\end{array}\right.$.

Vì $m>0$ nên $m=2$. Vậy $A_1(0;0;2)$.

Thể tích khối tứ diện A_1CBC_1 là

$V_{A_1CBC_1}=\frac{1}{3}V_{ABC.A_1B_1C_1}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot AB.AC.AA_1=\frac{4}{3}$.

Câu 14: [2H3-1.3-3] Cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Độ dài phân giác trong của ΔABC kẻ từ đỉnh B là:

A. $\frac{2\sqrt{74}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{74}}{3}$. **C.** $\frac{3\sqrt{73}}{3}$. **D.** $2\sqrt{30}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác kẻ từ đỉnh B. Ta có

$$\frac{BA}{BC}=\frac{AD}{CD}=\frac{1}{2}\Rightarrow \overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}\Rightarrow \begin{cases}2(a-1)=-a-4\\2(b-2)=-b+7\\2(c+1)=-c+5\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=-\frac{2}{3}\\b=\frac{11}{3}\\c=1\end{cases}\Rightarrow BD=\frac{2\sqrt{74}}{3}$$

Câu 15: [2H3-1.3-3] Cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Độ dài phân giác trong của ΔABC kẻ từ đỉnh B là:

A. $\frac{2\sqrt{74}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{74}}{3}$. **C.** $\frac{3\sqrt{73}}{3}$. **D.** $2\sqrt{30}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác kẻ từ đỉnh B. Ta có

$$\frac{BA}{BC}=\frac{AD}{CD}=\frac{1}{2}\Rightarrow \overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}\Rightarrow \begin{cases}2(a-1)=-a-4\\2(b-2)=-b+7\\2(c+1)=-c+5\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=-\frac{2}{3}\\b=\frac{11}{3}\\c=1\end{cases}\Rightarrow BD=\frac{2\sqrt{74}}{3}$$

Phần 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

Câu 16: **[2H3-2.2-3]** Viết phương trình mặt phẳng qua $A(1;1;1)$, vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-2=0$, $(\beta): x-y+z-1=0$.

A. $y+z-2=0$. **B.** $x+y+z-3=0$.

C. $x-2y+z=0$. **D.** $x+z-2=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Ta có: $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_\alpha};\overrightarrow{n_\beta}\right]=(0;2;2)$,

Phương trình $(P): y+z-2=0$.

Câu 17: **[2H3-2.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 2x-y-z-1=0$, $(Q): x-y+z-3=0$.

A. $2x+3y+z-1=0$. **B.** $x+3y+2z+1=0$. **C.** $x+3y+2z-1=0$. **D.** $2x+3y+z+1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

(P) có vtpt $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;-1)$, (Q) có vtpt $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;1)$

Vì mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q) nên có vtpt $\vec{n}=\overrightarrow{n_1}\wedge\overrightarrow{n_2}=(-2;-3;-1)$

Phương trình mặt phẳng cần tìm $-2(x-1)-3(y+2)-(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+z+1=0$

Câu 18: **[2H3-2.2-3]** Viết phương trình mặt phẳng qua $A(1;1;1)$, vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-2=0$, $(\beta): x-y+z-1=0$.

A. $y+z-2=0$. **B.** $x+y+z-3=0$.

C. $x-2y+z=0$. **D.** $x+z-2=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Ta có: $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_\alpha};\overrightarrow{n_\beta}\right]=(0;2;2)$,

Phương trình $(P): y+z-2=0$.

Câu 19: **[2H3-2.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 2x-y-z-1=0$, $(Q): x-y+z-3=0$.

A. $2x+3y+z-1=0$. **B.** $x+3y+2z+1=0$. **C.** $x+3y+2z-1=0$. **D.** $2x+3y+z+1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

(P) có vtpt $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;-1)$, (Q) có vtpt $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;1)$

Vì mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q) nên có vtpt $\vec{n}=\overrightarrow{n_1}\wedge\overrightarrow{n_2}=(-2;-3;-1)$

Phương trình mặt phẳng cần tìm $-2(x-1)-3(y+2)-(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+z+1=0$

Câu 20: [2H3-2.3-3]Cho điểm $M(-3;2;4)$, gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên Ox, Oy, Oz. Mặt phẳng song song với mp(ABC) có phương trình là

A. $4x-6y-3z+12=0$. **B.** $3x-6y-4z+12=0$.

C. $6x-4y-3z-12=0$. **D.** $4x-6y-3z-12=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $A(-3;0;0), B(0;2;0), C(0;0;4)$. $\Rightarrow (ABC): \dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 4x-6y-3z+12=0$.

Câu 21: **[2H3-2.3-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;8;0)$, $B(-4;6;2)$, và $C(0;12;4)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (Oyz).

A. $(S): x^2+y^2+z^2-8y-2z=0$. **B.** $(S): x^2+y^2+z^2-4x-6z-64=0$.

C. $(S): x^2+y^2+z^2-12y-2z-8=0$. **D.** $(S): x^2+y^2+z^2-14y-10z+48=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt cầu (S) cần lập có tâm I thuộc (Oyz) $\Rightarrow I(0;b;c)$ nên (S) có phương trình dạng:

$x^2+y^2+z^2-2by-2cz+d=0$

Vì (S) đi qua $A(0;8;0)$, $B(-4;6;2)$, và $C(0;12;4)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} -16b+d=-64 \\ -12b-4c+d=-56 \\ -24b-8c+d+-160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=7 \\ c=5 \\ d=48 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ phương trình của $(S): x^2+y^2+z^2-14y-10z+48=0$.

Câu 22: **[2H3-2.3-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;8;0)$, $B(-4;6;2)$, và $C(0;12;4)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (Oyz).

A. $(S): x^2+y^2+z^2-8y-2z=0$.

B. $(S): x^2+y^2+z^2-4x-6z-64=0$.

C. $(S): x^2+y^2+z^2-12y-2z-8=0$.

D. $(S): x^2+y^2+z^2-14y-10z+48=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt cầu (S) cần lập có tâm I thuộc (Oyz) $\Rightarrow I(0;b;c)$ nên (S) có phương trình dạng:

$x^2+y^2+z^2-2by-2cz+d=0$

Vì (S) đi qua $A(0;8;0)$, $B(-4;6;2)$, và $C(0;12;4)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} -16b+d=-64 \\ -12b-4c+d=-56 \\ -24b-8c+d+-160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=7 \\ c=5 \\ d=48 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ phương trình của $(S): x^2+y^2+z^2-14y-10z+48=0$.

Câu 23: **[2H3-2.4-3]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình là $2x-2y-3z=0$. Viết phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm $H(1;0;0)$ và $K(0;-2;0)$ biết (Q) vuông góc (P).

A. $(Q): 6x+3y+4z+6=0$.

B. $(Q): 2x-y+2z-2=0$.

C. $(Q): 2x-y+2z+2=0$.

D. $(Q): 2x+y+2z-2=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vì mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm $H(1;0;0)$, $K(0;-2;0)$ và (Q) vuông góc (P) nên mặt phẳng nhận $\vec{n}_{(Q)}=\left[\overrightarrow{HK},\vec{n}_{(P)}\right]$ làm véctơ pháp tuyến.

Ta có

$$\begin{matrix} \overrightarrow{HK}=(-1;-2;0) \\ \vec{n}_{(P)}=(2;-2;-3) \end{matrix} \Rightarrow \vec{n}_{(Q)}=\left[\overrightarrow{HK},\vec{n}_{(P)}\right]=(6;-3;6)=3(2;-1;2).$$

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $H(1;0;0)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=(2;-1;2)$ là

$$2(x-1)-y+2z=0 \Leftrightarrow 2x-y+2z-2=0.$$

Câu 24: **[2H3-2.4-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz-27=0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-2$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-12$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$A(3;2;1)\in(P): ax+by+cz-27=0 \Rightarrow 3a+2b+c-27=0 (1)$

$B(-3;5;2)\in(P): ax+by+cz-27=0 \Rightarrow -3a+5b+2c-27=0 (2)$

$(P): ax+by+cz-27=0$ vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$.

$\vec{n}_P.\vec{n}_q=3a+b+c=0 (3)$

Giải hệ: $\begin{cases} 3a+2b+c-27=0 (1) \\ -3a+5b+2c-27=0 (2) \\ 3a+b+c=0 (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=27 \\ c=-45 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=-12$.

Câu 25: **[2H3-2.5-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1;3;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và đi qua A.

A. $2x-y+z-4=0$. **B.** $x+y+5z+1=0$. **C.** $x+y-4=0$. **D.** $x-y-z+1=0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có d đi qua $M(3;1;-1)$ và có vtcp $\vec{u}=(2;3;-1)$.

$\overrightarrow{MA}=(-2;2;0)$.

(P) có vtpt $\vec{n}=\dfrac{1}{2}\left[\vec{u},\overrightarrow{MA}\right]=(1;1;5)$.

Phương trình (P): $x+y+5z+1=0$.

Câu 26: [2H3-2.5-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;\,2;\,3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng chứa điểm M và d.

A. $5x+2y-3z=0$. **B.** $2x+3y-5z=0$.

C. $2x+3y-5z+7=0$. **D.** $5x+2y-3z+1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;\,-1;\,1)$, lấy $O\in d$.

Ta có $\overrightarrow{OM}=(1;\,2;\,3)$

Gọi $\vec{n} \neq \vec{0}$ là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm.Vì $\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{OM} \end{cases} = \left[\vec{u}, \overrightarrow{OM}\right] = (-5;-2;3)$

Mặt phẳng chứa điểm M và d có phương trình :

$5x+2y-3z=0$.

Câu 27: **[2H3-2.5-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(0;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d.

A. $(P): x+3y+z=0$.
B. $(P): x+4y+2z-2=0$.
C. $(P): 2x+3y-z+6=0$.
D. $(P): x+3y+z-6=0$

Hướng dẫn giải.

Chọn **A.**

Lấy $B(-1;0;1) \in (d)$.

$\overrightarrow{AB} = (-1;1;-2)$

Đường thẳng (d) có VTCP $\vec{u}_d = (2;-1;1)$

Vậy (P) có VTPT $\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d\right] = (1;3;1)$

PTMP $(P): 1(x-0)+3(y+1)+1(z-3)=0 \Leftrightarrow x+3y+z=0$.

Câu 28: **[2H3-2.4-3]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình là $2x-2y-3z=0$. Viết phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm $H(1;0;0)$ và $K(0;-2;0)$ biết (Q) vuông góc (P).

A. $(Q): 6x+3y+4z+6=0$.
B. $(Q): 2x-y+2z-2=0$.
C. $(Q): 2x-y+2z+2=0$.
D. $(Q): 2x+y+2z-2=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vì mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm $H(1;0;0)$, $K(0;-2;0)$ và (Q) vuông góc (P) nên mặt phẳng nhận $\vec{n}_{(Q)} = \left[\overrightarrow{HK}, \vec{n}_{(P)}\right]$ làm véctơ pháp tuyến.

Ta có

$$\begin{matrix} \overrightarrow{HK} = (-1;-2;0) \\ \vec{n}_{(P)} = (2;-2;-3) \end{matrix} \Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = \left[\overrightarrow{HK}, \vec{n}_{(P)}\right] = (6;-3;6) = 3(2;-1;2).$$

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $H(1;0;0)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (2;-1;2)$ là

$$2(x-1)-y+2z=0 \Leftrightarrow 2x-y+2z-2=0.$$

Câu 29: **[2H3-2.4-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz-27=0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-2$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-12$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$A(3;2;1)\in(P): ax+by+cz-27=0 \Rightarrow 3a+2b+c-27=0 (1)$

$B(-3;5;2)\in(P): ax+by+cz-27=0 \Rightarrow -3a+5b+2c-27=0 (2)$

$(P): ax+by+cz-27=0$ vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$.

$\vec{n}_p.\vec{n}_q = 3a+b+c=0 (3)$

Giải hệ: $\begin{cases} 3a+2b+c-27=0 (1) \\ -3a+5b+2c-27=0 (2) \\ 3a+b+c=0 (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=27 \\ c=-45 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=-12$.

Câu 30: **[2H3-2.5-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1;3;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và đi qua A.

A. $2x-y+z-4=0.$ **B.** $x+y+5z+1=0.$ **C.** $x+y-4=0.$ **D.** $x-y-z+1=0.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có d đi qua $M(3;1;-1)$ và có vtcp $\vec{u}=(2;3;-1)$.

$\overrightarrow{MA}=(-2;2;0)$.

(P) có vtpt $\vec{n}=\dfrac{1}{2}\left[\vec{u},\overrightarrow{MA}\right]=(1;1;5)$.

Phương trình (P): $x+y+5z+1=0.$

Câu 31: **[2H3-2.5-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;\,2;\,3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng chứa điểm M và d.

A. $5x+2y-3z=0$. **B.** $2x+3y-5z=0$.

C. $2x+3y-5z+7=0$. **D.** $5x+2y-3z+1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;\,-1;\,1)$, lấy $O\in d$.

Ta có $\overrightarrow{OM}=(1;\,2;\,3)$

Gọi $\vec{n}\neq\vec{0}$ là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm.Vì $\begin{cases} \vec{n}\perp\vec{u} \\ \vec{n}\perp\overrightarrow{OM} \end{cases} = \left[\vec{u},\overrightarrow{OM}\right]=(-5;\,-2;\,3)$

Mặt phẳng chứa điểm M và d có phương trình :
$5x+2y-3z=0$.

Câu 32: **[2H3-2.5-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(0;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d.

A. $(P): x+3y+z=0$. **B.** $(P): x+4y+2z-2=0$.
C. $(P): 2x+3y-z+6=0$. **D.** $(P): x+3y+z-6=0$

Hướng dẫn giải.

Chọn A.
Lấy $B(-1;0;1)\in(d)$.
$\overrightarrow{AB}=(-1;1;-2)$
Đường thẳng (d) có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;1)$
Vậy (P) có VTPT $\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_d\right]=(1;3;1)$
PTMP $(P):1(x-0)+3(y+1)+1(z-3)=0\Leftrightarrow x+3y+z=0$.

Câu 33: **[2H3-2.5-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1;3;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và đi qua A.

A. $2x-y+z-4=0.$ **B.** $x+y+5z+1=0.$ **C.** $x+y-4=0.$ **D.** $x-y-z+1=0.$

Lời giải

Chọn B.
Ta có d đi qua $M(3;1;-1)$ và có vtcp $\vec{u}=(2;3;-1)$.
$\overrightarrow{MA}=(-2;2;0)$.
(P) có vtpt $\vec{n}=\dfrac{1}{2}\left[\vec{u},\overrightarrow{MA}\right]=(1;1;5)$.
Phương trình (P): $x+y+5z+1=0.$

Câu 34: **[2H3-2.5-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;\,2;\,3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng chứa điểm M và d.

A. $5x+2y-3z=0$. **B.** $2x+3y-5z=0$.
C. $2x+3y-5z+7=0$. **D.** $5x+2y-3z+1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;\,-1;\,1)$, lấy $O\in d$.
Ta có $\overrightarrow{OM}=(1;\,2;\,3)$

Gọi $\vec{n} \neq \vec{0}$ là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm.Vì $\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{OM} \end{cases} = \left[\vec{u}, \overrightarrow{OM}\right] = (-5; -2; 3)$

Mặt phẳng chứa điểm M và d có phương trình :

$5x + 2y - 3z = 0$.

Câu 35: **[2H3-2.5-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(0;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d.

A. $(P): x + 3y + z = 0$. **B.** $(P): x + 4y + 2z - 2 = 0$.

C. $(P): 2x + 3y - z + 6 = 0$. **D.** $(P): x + 3y + z - 6 = 0$

Hướng dẫn giải.

Chọn **A.**

Lấy $B(-1;0;1) \in (d)$.

$\overrightarrow{AB} = (-1;1;-2)$

Đường thẳng (d) có VTCP $\vec{u}_d = (2;-1;1)$

Vậy (P) có VTPT $\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d\right] = (1;3;1)$

PTMP $(P): 1(x-0) + 3(y+1) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + z = 0$.

Câu 36: [2H3-2.7-3]Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y - z = 0$ có phương trình là

A. $x + 2y - 1 = 0$. **B.** $x - 2y + z = 0$. **C.** $x - 2y - 1 = 0$. **D.** $x + 2y + z = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} \vec{u}_d = (2;1;3) \\ \overrightarrow{n_Q} = (2;1;-1) \end{cases} \Rightarrow (P)$ có $\begin{cases} \vec{n}_P = \left[\vec{u}_d, \vec{n}_Q\right] = (-4;8;0) \\ \text{qua } M(1;0;-1) \end{cases} \Rightarrow (P): x - 2y - 1 = 0$.

Câu 37: [2H3-2.7-3] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng (d) và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $3x + y + 4z\text{-}1=0$. **B.** $3x - y + 4z + 1 = 0$.

C. $3x + y + 4z + 1 = 0$. **D.** $x + 3y + 4z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{u_d} = (2;-2;-1) \\ \overrightarrow{n_P} = (1;1;-1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}\right] = (3;4;1)$.

Mà $d \subset (\alpha)$ nên (α) đi qua điểm $M(1;0;-1) \Rightarrow (\alpha): 3x + y + 4z + 1 = 0$

Câu 38: [2H3-2.7-3] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng (d) và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $3x + y + 4z-1=0$. **B.** $3x - y + 4z + 1 = 0$.
C. $3x + y + 4z + 1 = 0$. **D.** $x + 3y + 4z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{u_d} = (2;-2;-1) \\ \overrightarrow{n_P} = (1;1;-1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}\right] = (3;4;1)$.

Mà $d \subset (\alpha)$ nên (α) đi qua điểm $M(1;0;-1) \Rightarrow (\alpha): 3x + y + 4z + 1 = 0$

Câu 39: [2H3-2.8-3]Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương

A. $(Q): 2x - 2y + z + 4 = 0$. **B.** $(Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$.

C. $(Q): 2x - 2y + z - 19 = 0$. **D.** $(Q): 2x - 2y + z - 8 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $(Q) \| (P) \Rightarrow (Q): 2x - 2y + z - m = 0 \ (m \neq 5)$

(Q) cắt Ox tại điểm có hoành độ dương nên : $m > 0$

Theo đề : $d(M,(P)) = d((P),(Q)) = 3 \Rightarrow |5 - m| = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -4 \ (l) \\ m = 14 \ (n) \end{array}\right.$

Phương trình mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 14 = 0$

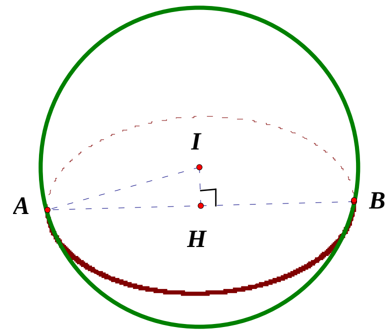
Câu 40: **[2H3-2.8-3]** Mặt phẳng (Q) song song $(P): x + 2y + 2z - 1 = 0$ cắt mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 6$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích 2π. Biết (Q) có dạng $-x + ay + bz + c = 0$, giá trị của c sẽ là:

A. 1 hoặc 13. **B.** -1 hoặc 13. **C.** -13. **D.** 13.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Do $(Q) // (P)$ nên mp (Q) có dạng $x + 2y + 2z + d = 0, (d \neq -1)$.



Tâm $I(1;0;3)$ bán kính $R = IA = \sqrt{6}$.

Diện tích hình tròn $S = \pi r^2 = 2\pi \Rightarrow r = \sqrt{2}$.

Ta có $IH = \sqrt{R^2 - r^2} = 2 \Rightarrow d(I;(Q)) = 2 \Leftrightarrow \dfrac{|1+0+6+d|}{3} = 2$.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} d = -1 \Rightarrow (Q): x+2y+2z-1=0 \\ d = -13 \Rightarrow (Q): x+2y+2z-13=0 \end{array}\right.$

so với điều kiện nên $(Q): x+2y+2z-13=0$ hay $(Q): -x-2y-2z+13=0$

Theo giải thiết ta chọn. **D.**

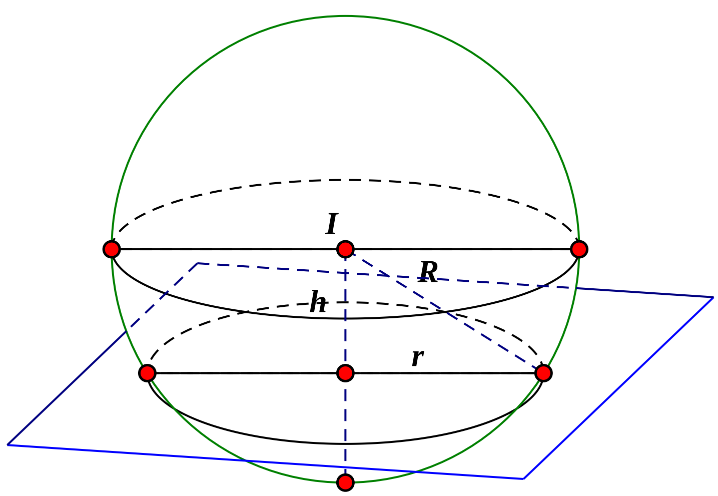
Câu 41: [2H3-2.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có phương trình lần lượt là (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$ và (P): $2x+2y-z+17=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π.

A. (Q): $2x+2y-z=0$. **B.** (Q): $2x+2y-z+5=0$.

C. (Q): $2x+2y-z+2=0$. **D.** (Q): $2x+2y-z-7=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn **D.**



Ta có:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và có bán kính $R=5$.

Bán kính của đường tròn thiết diện: $r=\dfrac{6\pi}{2\pi}=3$.

Khoảng cách từ mặt phẳng đến tâm mặt cầu là $h=\sqrt{R^2-r^2}=4$.

Phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $2x+2y-z+c=0$ $(c\neq 17)$

Ta có: $d(I;(Q))=4\Leftrightarrow \dfrac{|2.1+2.(-2)-3+c|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=4\Leftrightarrow \dfrac{|c-5|}{3}=4$

$\Leftrightarrow |c-5|=12\Leftrightarrow c=17$ (loại) $\vee\, c=-7$

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $2x+2y-z-7=0$.

Câu 42: [2H3-2.8-3] Trong không gian $Oxyz,$ cho hai điểm $A(2;1;-2)$, $B(-1;0;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A sao cho khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

A. $3x+y-5z-17=0.$ **B.** $2x+5y+z-7=0.$

C. $5x-3y+2z-3=0.$ **D.** $2x+y-2z-9=0.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $d(B,(P))\leq AB$. Do đó khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) lớn nhất khi $d(B,(P))=AB$ xảy ra $\Leftrightarrow AB\perp(P)$. Như vậy mặt phẳng (P) cần tìm là mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với AB. Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;1;-5)$ là véctơ pháp tuyến của (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P): $3(x-2)+(y-1)-5(z+2)=0$ hay $3x+y-5z-17=0.$

Câu 43: [2H3-2.8-3] Trong không gian $Oxyz,$ cho hai điểm $A(2;1;-2)$, $B(-1;0;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A sao cho khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

A. $3x+y-5z-17=0.$ **B.** $2x+5y+z-7=0.$

C. $5x-3y+2z-3=0.$ **D.** $2x+y-2z-9=0.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $d(B,(P))\leq AB$. Do đó khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) lớn nhất khi $d(B,(P))=AB$ xảy ra $\Leftrightarrow AB\perp(P)$. Như vậy mặt phẳng (P) cần tìm là mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với AB. Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;1;-5)$ là véctơ pháp tuyến của (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P): $3(x-2)+(y-1)-5(z+2)=0$ hay $3x+y-5z-17=0.$

Câu 44: **[2H3-2.8-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x-2y+4z-1=0$ và cách điểm $M(-1;3;1)$ là một khoảng bằng 2.

A. $(P): x-2y+4z-3+2\sqrt{21}=0$ hay $(P): x-2y+4z-3-2\sqrt{21}=0$.

B. $(P): x-2y+4z+3+2\sqrt{21}=0$ hay $(P): x-2y+4z+3-2\sqrt{21}=0$.

C. $(P): x-2y+4z+5=0$ hay $(P): x-2y+4z+1=0$.

D. $(P): x-2y+4z+3+2\sqrt{13}=0$ hay $(P): x-2y+4z+3-2\sqrt{13}=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

(P) có dạng: $(P): x-2y+4z+c=0 \, (c\neq -1)$

$$d(M,(P))=\frac{|-1-6+4+c|}{\sqrt{1^2+2^2+4^2}}=\frac{|c-3|}{\sqrt{21}}$$

$$d(M,(P))=2=\frac{|c-3|}{\sqrt{21}}\Rightarrow |c-3|=2\sqrt{21}$$

$$|c-3|=2\sqrt{21}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=3+2\sqrt{21} \\ c=3-2\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Câu 45: **[2H3-2.9-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$ và điểm $M(2;5;3)$. Mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất là

A. $x-4y-z+1=0$.

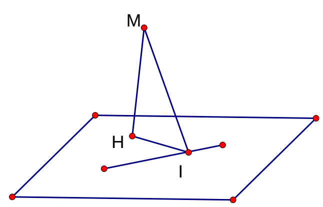
B. $x+4y+z-3=0$.

C. $x-4y+z-3=0$.

D. $x+4y-z+1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi I là hình chiếu vuông góc của $M(2;5;3)$ trên Δ, H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P).

Ta có $MH=d(M,(P))\leq MI$. Do đó MH đạt giá trị lớn nhất khi $H\equiv I$, khi đó mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với MI.

$I\in\Delta\Rightarrow I(1+2t;t;2+2t)$, $\overrightarrow{MI}=(-1+2t;-5+t;-1+2t)$.

$MI\perp\Delta\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}.\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow (2t-1)2+t-5+(2t-1)2=0\Leftrightarrow t=1$.

Mặt phẳng (P) qua $I(3;1;4)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{MI}=(1;-4;1)$. Phương trình mặt phẳng (P): $x-4y+z-3=0$.

Câu 46: **[2H3-2.9-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;-1)$, $B(3;-1;-2)$, $C(6;-2;3)$, $D(0;1;6)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua hai điểm C, D và cách đều hai điểm A, B ?

A. 1 mặt phẳng. **B.** 2 mặt phẳng.

C. 4 mặt phẳng. **D.** có vô số mặt phẳng.

Hướng dẫn giải

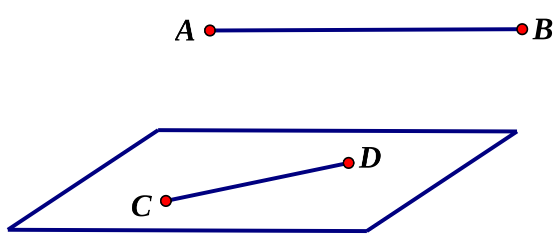
Chọn B.

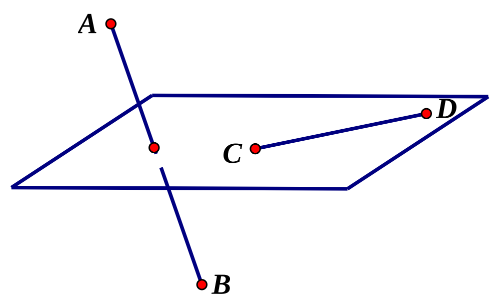
Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm C, D và cách đều hai điểm A, B.

Có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu của bài toán .

TH1: Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm C, D và song song với đường thẳng chứa hai điểm A, B.

TH2: Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm C, D và đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB





$\overrightarrow{AB}=(2;-1;-1), \overrightarrow{AC}=(5;-2;4), \overrightarrow{AD}=(-1;1;7)$

Ta có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0 \Rightarrow A,B,C,D$ đồng phẳng

Lại có $\overrightarrow{CD}=(-6;3;3)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\frac{-1}{3}\overrightarrow{CD} \Rightarrow AB//CD$ nên có vô số mặt phẳng .

Câu 47: [2H3-2.9-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(2;1;0)$ và $D(4;3;-2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và cách đều hai điểm C, D ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Kiểm tra ta được bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng nên tạo thành tứ diện.

● Mặt phẳng thứ nhất đi qua hai điểm A, B và song song với CD.

● Mặt phẳng thứ hai đi qua hai điểm A, B và trung điểm của CD.

Câu 48: **[2H3-2.10-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều 2 đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$, $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$

A. $(P):2y-2z-1=0$. **B.** $(P):2x-2y+1=0$.

C. $(P):2x-2z+1=0$. **D.** $(P):2y-2z+1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Do (P) cách đều hai đường thẳng nên $d_1 // (P)$, $d_2 // (P)$.

Gọi $\overrightarrow{a_1} = (-1;1;1)$ là VTCP của d_1, $\overrightarrow{a_2} = (2;-1;-1)$ là VTCP của d_2 suy ra $\left[\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}\right] = (0;1;-1)$ là VTPT của mặt phăng (P) loại đáp án B và C.

Lấy $M(2;0;0) \in d_1$, $N(0;1;2) \in d_2$ do $d_{(d_1,(P))} = d_{(d_2,(P))} \Rightarrow d_{(M,(P))} = d_{(N,(P))}$ thay vào ta thấy đáp án D thỏa mãn.

Cách khác

Do (P) cách đều hai đường thẳng nên $d_1 // (P)$, $d_2 // (P)$.

Gọi $\overrightarrow{a_1} = (-1;1;1)$ là VTCP của d_1, $\overrightarrow{a_2} = (2;-1;-1)$ là VTCP của d_2 suy ra $\left[\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}\right] = (0;1;-1)$

$\Rightarrow (P): \mathrm{y} - \mathrm{z} + \mathrm{d} = 0$.

$M(2;0;0) \in d_1$, $N(0;1;2) \in d_2$. Ta có $d(M;(P)) = d(N;(P)) \Leftrightarrow \dfrac{|d|}{\sqrt{2}} = \dfrac{|-1+d|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow d = \dfrac{1}{2}$.

Câu 49: **[2H3-2.10-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều 2 đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$, $d_2: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$

A. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$.

B. $(P): 2x - 2y + 1 = 0$.

C. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$.

D. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Do (P) cách đều hai đường thẳng nên $d_1 // (P)$, $d_2 // (P)$.

Gọi $\overrightarrow{a_1} = (-1;1;1)$ là VTCP của d_1, $\overrightarrow{a_2} = (2;-1;-1)$ là VTCP của d_2 suy ra $\left[\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}\right] = (0;1;-1)$ là VTPT của mặt phăng (P) loại đáp án B và C.

Lấy $M(2;0;0) \in d_1$, $N(0;1;2) \in d_2$ do $d_{(d_1,(P))} = d_{(d_2,(P))} \Rightarrow d_{(M,(P))} = d_{(N,(P))}$ thay vào ta thấy đáp án D thỏa mãn.

Cách khác

Do (P) cách đều hai đường thẳng nên $d_1 // (P)$, $d_2 // (P)$.

Gọi $\overrightarrow{a_1} = (-1;1;1)$ là VTCP của d_1, $\overrightarrow{a_2} = (2;-1;-1)$ là VTCP của d_2 suy ra $\left[\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}\right] = (0;1;-1)$

$\Rightarrow (P): \mathrm{y} - \mathrm{z} + \mathrm{d} = 0$.

$M(2;0;0) \in d_1$, $N(0;1;2) \in d_2$. Ta có $d(M;(P)) = d(N;(P)) \Leftrightarrow \dfrac{|d|}{\sqrt{2}} = \dfrac{|-1+d|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow d = \dfrac{1}{2}$.

Câu 50: **[2H3-2.11-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A,B,C sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là.

A. $x+2y+5z-30=0$. **B.** $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. **C.** $x+y+z-8=0$. **D.** $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1:

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Do $M \in (ABC)$ nên ta có phương trình $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{5}{c}=1\ (1)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1-a;2;5), \overrightarrow{BC}=(0;-b;c), \overrightarrow{BM}=(1;2-b;5), \overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$.

Do M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b+5c=0 \\ -a+5c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{5c}{2} \\ a=5c \end{cases}\ (2)$.

Thế (2) vào (1) ta được $\frac{1}{5c}+\frac{4}{5c}+\frac{5}{c}=1 \Leftrightarrow c=6 \Rightarrow a=30; b=15$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{30}+\frac{y}{15}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow x+2y+5z-30=0$.

Cách 2:

Ta có chứng minh được $OM \perp (ABC)$.

(ABC) đi qua M nhận $\overrightarrow{OM}$ làm VTPT.

$(ABC): 1(x-1)+2(y-2)+5(y-5)=0 \Leftrightarrow x+2y+5y-30=0$.

Câu 51: **[2H3-2.11-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $H(1;4;3)$. Mặt phẳng (P) qua H cắt các tia Ox, Oy, Oz tại ba điểm là ba đỉnh của một tam giác nhận H làm trực tâm. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x-4y-3z+12=0$.
B. $x+4y+3z+26=0$.
C. $x-4y-3z+24=0$.
D. $x+4y+3z-26=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Kiểm tra tính chất đi qua $H(1;4;3)$ ta thấy có đáp án C, D là thỏa mãn.

Mà mặt phẳng $x-4y-3z+24=0$ không cắt tia Ox. Vậy chỉ còn đáp án D thỏa mãn.

Câu 52: **[2H3-2.11-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $K(1;-2;5)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua K cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A,B,C sao cho K là trực tâm tam giác ABC.

A. $x-y-z+2=0$.
B. $x-2y+5z-30=0$.
C. $x-y-z-2=0$.
D. $x-2y+5z+30=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Giả sử mặt phẳng (α) đi qua K và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ nên (α) có phương trình: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

(α) đi qua $K(1;-2;5)$ suy ra $\frac{1}{a}+\frac{-2}{b}+\frac{5}{c}=1$ (*)

K là trực tâm tam giác ABC suy ra $\begin{cases}\overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BK}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2b+5c=0\\ -a+5c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=5c\\ b=-\frac{5c}{2}\end{cases}$

Thay vào (*): $\frac{1}{5c}+\frac{-2}{-\frac{5c}{2}}+\frac{5}{c}=1 \Leftrightarrow 1+4+25=5c \Leftrightarrow c=6 \Rightarrow a=30; b=-15$.

Vậy $(\alpha): \frac{x}{30}+\frac{y}{-15}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow x-2y+5z-30=0$.

Câu 53: **[2H3-2.11-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $H(1;4;3)$. Mặt phẳng (P) qua H cắt các tia Ox, Oy, Oz tại ba điểm là ba đỉnh của một tam giác nhận H làm trực tâm. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x-4y-3z+12=0$. **B.** $x+4y+3z+26=0$.

C. $x-4y-3z+24=0$. **D.** $x+4y+3z-26=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Kiểm tra tính chất đi qua $H(1;4;3)$ ta thấy có đáp án C, D là thỏa mãn.

Mà mặt phẳng $x-4y-3z+24=0$ không cắt tia Ox. Vậy chỉ còn đáp án D thỏa mãn.

Câu 54: **[2H3-2.11-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $K(1;-2;5)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua K cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho K là trực tâm tam giác ABC.

A. $x-y-z+2=0$. **B.** $x-2y+5z-30=0$.

C. $x-y-z-2=0$. **D.** $x-2y+5z+30=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Giả sử mặt phẳng (α) đi qua K và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ nên (α) có phương trình: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

(α) đi qua $K(1;-2;5)$ suy ra $\frac{1}{a}+\frac{-2}{b}+\frac{5}{c}=1$ (*)

K là trực tâm tam giác ABC suy ra $\begin{cases}\overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BK}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2b+5c=0\\ -a+5c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=5c\\ b=-\frac{5c}{2}\end{cases}$

Thay vào (*): $\frac{1}{5c}+\frac{-2}{-\frac{5c}{2}}+\frac{5}{c}=1 \Leftrightarrow 1+4+25=5c \Leftrightarrow c=6 \Rightarrow a=30; b=-15$.

Vậy $(\alpha): \frac{x}{30} + \frac{y}{-15} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x - 2y + 5z - 30 = 0$.

Câu 55: [2H3-2.11-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;4)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $\left(\frac{22}{3};\frac{22}{9};\frac{11}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{26}{9};\frac{26}{3};\frac{13}{6}\right)$. **C.** $\left(\frac{25}{12};\frac{25}{3};\frac{25}{9}\right)$. **D.** $\left(\frac{-2}{3};-2;\frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Câu 56: **[2H3-2.11-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=0$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $A(a;0;0)$; $B(0;0;b)$; $C(0;0;c)$ $(a;b;c>0)$.

Mặt phẳng (P) có phương trình đoạn chắn $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì $M(1;2;3)\in(P)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương $\frac{1}{a}$; $\frac{2}{b}$ và $\frac{3}{c}$ ta được

$1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Leftrightarrow 1\geq 27.\frac{6}{abc} \Leftrightarrow abc\geq 162$.

Do đó, $V_{OABC}=\frac{1}{6}abc\geq 27$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$.

Vậy $(P): \frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$.

Câu 57: [2H3-2.11-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;0;0)$, $N(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn qua M, N và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại B, C (với B, C không trùng O). Tính giá trị nhỏ nhất T của biểu thức OB^3+OC^3.

A. $T=64$. **B.** $T=32$. **C.** $T=16$. **D.** $T=128$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{b}+\frac{z^2}{c}=1$

$N\left(1;1;1\right)\in\left(P\right)\Leftrightarrow\frac{1}{2}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1\Leftrightarrow\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}$ (*)

Ta có: $OB=\left|b\right|,OC=\left|c\right|$. Không mất tính tổng quát, ta giả sử $b>0,\ c>0$.

Từ (*) ta có: $2=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq\frac{2}{\sqrt{bc}}\Leftrightarrow\sqrt{bc}\geq4\Leftrightarrow bc\geq16$

Do đó: $OB^3+OC^3=b^3+c^3\geq bc\left(b+c\right)\geq2bc\sqrt{bc}\geq2.16.4=128$.

Câu 58: [2H3-2.11-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H\left(1;2;-3\right)$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy và Oz lần lượt tại A, B và C sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Tìm phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$.

A. $\left(\alpha\right):x+2y-3z-14=0$. **B.** $\left(\alpha\right):x+2y-3z+4=0$.

C. $\left(\alpha\right):6x+3y-2z-18=0$. **D.** $\left(\alpha\right):6x+3y-2z+8=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $A\left(a;0;0\right),B\left(0;b;0\right),C\left(0;0;c\right)$. Phương trình $\left(\alpha\right):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

$\overrightarrow{HA}=\left(a-1;-2;3\right)$, $\overrightarrow{HB}=\left(-1;b-2;3\right)$, $\overrightarrow{BC}=\left(0;-b;c\right)$, $\overrightarrow{AC}=\left(-a;0;c\right)$.

Vì H là trực tâm của tam giác ABC, ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{HA}\perp\overrightarrow{BC}\\\overrightarrow{HB}\perp\overrightarrow{AC}\\H\in\left(ABC\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{BC}=0\\\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{AC}=0\\H\in\left(\alpha\right)\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}2b+3c=0\\a+3c=0\\\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{-3}{c}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=-\frac{3}{2}c\\a=-3c\\\frac{1}{-3c}+\frac{2}{-\frac{3}{2}c}+\frac{-3}{c}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=14\\b=7\\c=-\frac{14}{3}\end{cases}.$$

Vậy phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$: $\frac{x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{z}{-\frac{14}{3}}=1$ hay $x+2y-3z-14=0$.

Câu 59: [2H3-2.11-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua điểm $M\left(4;\ -3;\ 12\right)$ và chắn trên tia Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy có phương trình là $ax+by+cz+d=0$, tính $S=\frac{a+b+c}{d}$.

A. $S=\frac{2}{7}$. **B.** $S=\frac{5}{14}$. **C.** $S=-\frac{5}{14}$. **D.** $S=-\frac{2}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $A=(\alpha)\cap Ox$, $B=(\alpha)\cap Oy$, $C=(\alpha)\cap Oz$. Ta có: $A(m;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ n;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ p)$, $(m,\ n,\ p>0)$, $OA=m$, $OB=n$, $OC=p$, $OC=2OA=2OB \Rightarrow p=2m=2n$.

Phương trình mặt phẳng (α) theo đoạn chắn là (α): $\frac{x}{m}+\frac{y}{m}+\frac{z}{2m}=1$. (α) đi qua $M(4;\ -3;\ 12)$ khi $\frac{4}{m}+\frac{-3}{m}+\frac{12}{2m}=1 \Rightarrow m=7$.

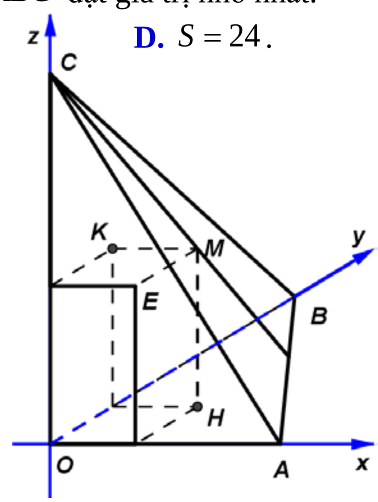
Phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{7}+\frac{7}{7}+\frac{z}{14}=1$ hay $2x+2y+z-14=0 \equiv ax+by+cz+d=0$.

Vậy $S=\frac{2+2+2}{-14}=-\frac{5}{14}$.

Câu 60: [2H3-2.11-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm A, B, C lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz (không trùng với gốc toạ độ) sao cho $OA=a, OB=b, OC=c$. Giả sử M là một điểm thuộc miền trong của tam giác ABC và có khoảng cách đến các mặt $(OBC), (OCA), (OAB)$ lần lượt là $1, 2, 3$. Tính tổng $S=a+b+c$ khi thể tích của khối chóp $O.ABC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $S=18$. **B.** $S=9$. **C.** $S=6$. **D.** $S=24$.

Hướng dẫn giải



Chọn A.

Từ đề bài có:

$d_{(M,(OBC))}=MK=1;\ d_{(M,(OCA))}=ME=2;\ d_{(M,(OAB))}=MH=3$.

Suy ra toạ độ điểm $M(1;\ 2;\ 3)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

mà $M\in(ABC) \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1 \quad (1)$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi có: $1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a}.\frac{2}{b}.\frac{3}{c}}=3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}=3\sqrt[3]{\frac{6}{3V}}$ (vì $V=\frac{1}{3}abc$)

$\Rightarrow 1\geq 3^3.\frac{6}{3V} \Leftrightarrow V\geq 54 \Rightarrow \min V=54$ khi $\frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}$ (2).

Từ $(1;2) \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$. Vậy $S=a+b+c=18$.

Câu 61: **[2H3-2.11-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm H và cắt các trục tọa độ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC.

A. $(P): x+y+z-6=0$.

B. $(P): x+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

C. $(P): x+2y+3z-14=0$.

D. $(P): \frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có tứ diện $OABC$ là tứ diện có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc, H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$

$\Rightarrow$ $mp(ABC)$ đi qua $H(1;2:3)$ và có VTPT $\vec{n}=\overrightarrow{OH}=(1;2;3)$ nên có phương trình là:

$$(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0.$$

Câu 62: **[2H3-2.11-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x+2y+z-14=0$.

B. $(P): x+2y+3z-11=0$.

C. $(P): x+y+3z-12=0$.

D. $(P): x+2y+3z-14=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$

Ta có $M(1;2;3)\in P \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$. Ta có $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.

Theo BĐT Bunhiacopxki ta có:

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\right)^2 \le \left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\left(1^2+2^2+3^2\right) \Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2} \ge \frac{1}{14}.$$

Dấu $"="$ xảy ra khi $\begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1 \\ \frac{1}{a}=\frac{1}{2b}=\frac{1}{3c} \\ \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=14 \\ b=\frac{14}{2} \\ c=\frac{14}{3} \end{cases}$. Vậy $(P): x+2y+3z-14=0.$

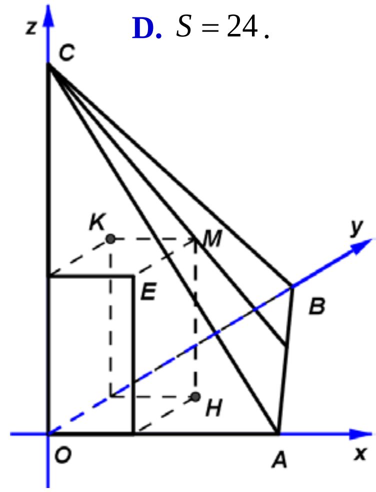
Cách khác:

Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Ta có $\begin{cases} OH \perp (ABC) \\ \frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{OH^2} \end{cases}$.

Suy ra $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ OH đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow OH=OM$ $\Rightarrow OM\perp(ABC)$ $\Rightarrow(ABC):1(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0$ $\Rightarrow(ABC):x+2y+3z-14=0$.

Câu 63: [2H3-2.11-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm A, B, C lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz (không trùng với gốc toạ độ) sao cho $OA=a, OB=b, OC=c$. Giả sử M là một điểm thuộc miền trong của tam giác ABC và có khoảng cách đến các mặt $(OBC),(OCA),(OAB)$ lần lượt là $1, 2, 3$. Tính tổng $S=a+b+c$ khi thể tích của khối chóp $O.ABC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $S=18$. **B.** $S=9$. **C.** $S=6$. **D.** $S=24$.



Hướng dẫn giải

Chọn A.

Từ đề bài có:

$d_{(M,(OBC))}=MK=1;\ d_{(M,(OCA))}=ME=2;\ d_{(M,(OAB))}=MH=3$.

Suy ra toạ độ điểm $M(1;2;3)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

mà $M\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1\quad(1)$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi có: $1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\ge3\sqrt[3]{\frac{1}{a}.\frac{2}{b}.\frac{3}{c}}=3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}=3\sqrt[3]{\frac{6}{3V}}$ (vì $V=\frac{1}{3}abc$)

$\Rightarrow1\ge3^3.\frac{6}{3V}\Leftrightarrow V\ge54\Rightarrow\min V=54$ khi $\frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}\quad(2)$.

Từ $(1;2)\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=6\\c=9\end{cases}$. Vậy $S=a+b+c=18$.

Câu 64: **[2H3-2.11-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm H và cắt các trục tọa độ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC.

A. $(P):x+y+z-6=0$. **B.** $(P):x+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

C. $(P):x+2y+3z-14=0$. **D.** $(P):\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có tứ diện $OABC$ là tứ diện có ba cạnh OA,OB, OC đôi một vuông góc, H là trực tâm tam giác ABC nên $OH\perp(ABC)$

$\Rightarrow$ $mp(ABC)$ đi qua $H(1;2:3)$ và có VTPT $\vec{n}=\overrightarrow{OH}=(1;2;3)$ nên có phương trình là:

$$(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0.$$

Câu 65: **[2H3-2.11-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x+2y+z-14=0$.

B. $(P): x+2y+3z-11=0$.

C. $(P): x+y+3z-12=0$.

D. $(P): x+2y+3z-14=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Ta có $M(1;2;3)\in P \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$. Ta có $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.

Theo BĐT Bunhiacopxki ta có:

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\right)^2 \le \left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\left(1^2+2^2+3^2\right) \Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\ge\frac{1}{14}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1\\ \frac{1}{a}=\frac{1}{2b}=\frac{1}{3c}\\ \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{14}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=14\\ b=\frac{14}{2}\\ c=\frac{14}{3}\end{cases}$. Vậy $(P): x+2y+3z-14=0$.

Cách khác:

Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Ta có $\begin{cases}OH\perp(ABC)\\ \frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{OH^2}\end{cases}$.

Suy ra $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ OH đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow OH=OM$

$\Rightarrow OM\perp(ABC) \Rightarrow (ABC): 1(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0 \Rightarrow (ABC): x+2y+3z-14=0$.

Câu 66: [2H3-2.11-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;\ 2;\ 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $6OA+3OB+2OC$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $6x+2y+3z-19=0$.

B. $x+2y+3z-14=0$.

C. $x+3y+2z-13=0$.

D. $6x+3y+2z-18=0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $A(a;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ b;\ 0)$, $C(0;\ 0\ ;\ c)$ với $a,b,c>0$

phương trình mặt phẳng (P) là : $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

(P) đi qua điểm $M(1;\ 2;\ 3)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$; $6OA+3OB+2OC=6a+3b+2c$

$6a+3b+2c=(6a+3b+2c)\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\right)=6\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\right)\geq 6.9=54$

Dấu bằng xảy ra : $\begin{cases} 6a+3b+2c=54 \\ \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1 \\ a=\frac{b}{2}=\frac{c}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$.

Vậy (P) : $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$

Câu 67: **[2H3-2.11-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox,Oy,Oz tại A,B,C khác O. Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. 54. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0,0,c)$ với $a,b,c>0$.

Phương trình mặt phẳng (P) : $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì : $M\in(P)\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là : $V_{OABC}=\frac{1}{6}abc$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có : $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a}\frac{2}{b}.\frac{1}{c}}$

Hay $1\geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}}\Leftrightarrow 1\geq\frac{54}{abc}$

Suy ra : $abc\geq 54\Leftrightarrow\frac{1}{6}abc\geq 9$

Vậy : $V_{OABC}\geq 9$.

Câu 68: [2H3-2.12-3] Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho điểm $S(4;2;6)$. Gọi A, B, C lần lượt là 3 điểm thuộc Ox, Oy, Oz sao cho SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Hỏi mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;3;-2)$. **B.** $M(2;1;3)$. **C.** $N(2;-1;3)$. **D.** $P(3;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$.

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Ngoài ra $\overrightarrow{SA}=(a-4;-2;-6);\overrightarrow{SB}=(-4;b-2;-6);\overrightarrow{SC}=(-4;-2;c-6)$

$SA\perp SB$ nên $-4(a-4)-2(b-2)-6(-6)=0\Leftrightarrow -4a-2b+56=0$

$SA\perp SC$ nên $-4(a-4)-2(-2)-6(c-6)=0\Leftrightarrow -4a-6c+56=0$

$SC\perp SB$ nên $-4(-4)-2(b-2)-6(c-6)=0\Leftrightarrow -2b-6c+56=0$

Giải hệ trên ta được $a=7;b=14;c=\frac{14}{3}$. Suy ra $(ABC):\frac{x}{7}+\frac{y}{14}+\frac{z}{\frac{14}{3}}=1$

Dễ thấy (ABC) qua $M(2;1;3)$.

Câu 69: **[2H3-2.12-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0),N(0;2;0)$ và $P(3;0;4)$. Điểm Q nằm trên (Oyz) sao cho QP vuông góc với (MNP). Tìm tọa độ điểm Q.

A. $Q\left(0;-\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$. **B.** $Q(0;-3;4)$. **C.** $Q\left(0;\frac{3}{2};-\frac{11}{2}\right)$. **D.** $Q\left(0;\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có Q nằm trên (Oyz) nên $Q(0;y;z)\Rightarrow \overrightarrow{PQ}(-3;y;z-4)$.

Do $\overrightarrow{MN}(-1;2;0)$, $\overrightarrow{MP}(2;0;4)$ nên mặt phẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(8;4;-4)$

Mặt khác QP vuông góc với (MNP) suy ra $\overrightarrow{PQ}=k\vec{n}$ $(k\in\mathbb{R})$.

Hay $\begin{cases}-3=k8\\ y=4k\\ z-4=-4k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=-\frac{3}{2}\\ z=\frac{11}{2}\end{cases}\Rightarrow Q\left(0;-\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$.

Câu 70: **[2H3-2.12-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;1;2)$, $B(1;1;1)$, $C(2;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;0;2)$.

B. $M(0;1;1)$.

C. $M(-1;2;0)$.

D. $M(-3;1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC $\Rightarrow G(1;0;2)$.

Ta có: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3MG$.

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của G lên (P).

Ta có phương trình $(MG):\begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=2+t \end{cases}$

$M\in(P)\Rightarrow t=-2\Rightarrow M(-1;2;0)$.

Câu 71: **[2H3-2.12-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;1;2)$, $B(1;1;1)$, $C(2;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;0;2)$. **B.** $M(0;1;1)$.

C. $M(-1;2;0)$. **D.** $M(-3;1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC $\Rightarrow G(1;0;2)$.

Ta có: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3MG$.

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của G lên (P).

Ta có phương trình $(MG):\begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=2+t \end{cases}$

$M\in(P)\Rightarrow t=-2\Rightarrow M(-1;2;0)$.

Câu 72: [2H3-2.12-4]Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;-1;3)$, $C(1;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z-15=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ là điểm trên mặt phẳng (P) sao cho $2MA^2-MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T=x_M-y_M+3z_M$.

A. $T=5$. **B.** $T=3$. **C.** $T=4$. **D.** $T=6$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}.$

Khi đó $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}2(1-x)-(1-x)+(1-x)=0\\2(2-y)-(-1-y)+(-1-y)=0\\2(0-z)-(3-z)+(-1-z)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\\z=-2\end{cases}\Rightarrow I(1;2;-2)$.

$$2MA^2-MB^2+MC^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$$

$$=2MI^2+2IA^2-IB^2+IC^2+2\overrightarrow{MI}.\left(2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)=2MI^2+2IA^2-IB^2+IC^2$$

Do đó $2MA^2-MB^2+MC^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow 2MI^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên (P).

Gọi Δ là đường thẳng qua qua $I(1;2;-2)$ và nhận $\overrightarrow{n_P}=(3;-3;2)$ là một vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số $\Delta:\begin{cases}x=1+3t\\y=2-3t\\z=2-2t\end{cases}\Rightarrow M(1+3t;2-3t;2-2t)$.

Điểm $M\in(P)\Rightarrow 3(1+3t)-3(2-3t)+2(2-2t)-15=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(4;-1;0)$.

Vậy $T=x_M-y_M+3z_M=5$.

Câu 73: [2H3-2.12-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z+7=0$ và 3 điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(1;-2;1)$. Điểm $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $MA^2-MB^2-MC^2$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó tổng giá trị $a+b+c$ bằng

A. $\frac{23}{9}$. **B.** 0. **C.** $\frac{-20}{9}$. **D.** $\frac{20}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABDC$. Khi đó $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}$. Suy ra $D(3;-3;0)$.

Do đó:

$$MA^2-MB^2-MC^2=\left(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DA}\right)^2-\left(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DB}\right)^2-\left(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}\right)^2$$

$$=-MD^2+2\overrightarrow{MD}\left(\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}\right)+DA^2-DB^2-DC^2$$

$$=-MD^2+DA^2-DB^2-DC^2\le DA^2-DB^2-DC^2.$$

Vậy $MA^2-MB^2-MC^2$ lớn nhất khi $M\equiv D$ hay $M(3;-3;0)$.

Khi đó $a+b+c=0$.

Câu 74: **[2H3-2.13-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+2z+1=0$ và $(\beta): 2x+y+2x+5=0$. Mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (α) và (β). Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x+2y+z+3=0$. **B.** $2x+y+2z+2=0$. **C.** $2x+y+2z+3=0$. **D.** $2x+y+2z+4=0$.

Hướng dẫn giải :

Chọn C.

Gọi $M(x;y;z)\in(P)$. Do (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (α) và (β) nên

$$\mathrm{d}(M,(\alpha))=\mathrm{d}(M,(\beta))\Leftrightarrow\frac{|2x+y+2z+1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\frac{|2x+y+2z+5|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+y+2z+1=2x+y+2z+5\\2x+y+2z+1=-(2x+y+2z+5)\end{array}\right.\Leftrightarrow 2x+y+2z+3=0.$$

Câu 75: **[2H3-2.13-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 5 điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;1;1)$ và $E(1;2;3)$. Hỏi từ 5 điểm này tạo được tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 điểm trong 5 điểm đó?

A. 7 mặt phẳng. **B.** 10 mặt phẳng. **C.** 12 mặt phẳng. **D.** 5 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng qua A, B, C là: $(ABC):\frac{x}{3}+\frac{y}{3}+\frac{z}{3}=1\Leftrightarrow x+y+z-3=0$

Dễ thấy $D\in(P)$ và $E\notin(P)$

Nhận thấy $\overrightarrow{AD}=(-2;1;1)$, $\overrightarrow{BD}=(1;-2;1)$, $\overrightarrow{CD}=(1;1;-2)$ không có vecto nào cùng phương nên không có 3 điểm nào thẳng hàng.

Vậy ta có các mặt phẳng: $(ABCD)$, (EAB), (EAC), (EAD), (EBC), (EBD), (ECD).

Câu 76: [2H3-2.13-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$, với $A(0;-3;0)$, $B(4;0;0)$, $C(0;3;0)$, $B_1(4;0;4)$. Gọi M là trung điểm của A_1B_1. Mặt phẳng (P) qua A, M và song song với BC_1 cắt A_1C_1 tại N. Độ dài đoạn thẳng MN.

A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$. B. 3. C. 4. D. $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $A_1(0;-3;4)$, $C_1(0;3;4)$, $M\left(2;-\frac{3}{2};4\right)$

$\overrightarrow{AM}=\left(2;\frac{3}{2};4\right)$, $\overrightarrow{BC_1}=(-4;3;4)$

Mặt phẳng (P) qua A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BC_1}\right]=(-6;-24;12)$

Phương trình mặt phẳng $(P): x+4y-z+12=0$.

Đường thẳng A_1C_1 qua A_1 và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{A_1C_1}=(0;6;0)=6(0;1;0)$

Phương trình Đường thẳng $A_1C_1:\begin{cases}x=0\\y=-3+t\\z=4\end{cases}$.

N là giao điểm của (P) và A_1C_1, nên $N(0;-1;4)$

$\overrightarrow{MN}=\left(2;\dfrac{1}{2};0\right)\Rightarrow MN=\dfrac{\sqrt{17}}{2}$.

Câu 77: **[2H3-2.13-3]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-4}{-3}$, $\Delta_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x+2y-6z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi $\dfrac{2\sqrt{365}\pi}{5}$.

A. $x-5y-3z+12=0; x-5y-3z-2=0.$ **B.** $x-5y-3z-4=0$

C. $x-5y-3z+12=0.$ **D.** $x-5y-3z-2=0.$

Lời giải

Chọn A.

Cách 1 :

- Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;3)$ và bán kính $R=4$.

- Đường tròn (C) có chu vi $\dfrac{2\sqrt{365}\pi}{5}\Rightarrow 2\pi r=\dfrac{2\sqrt{365}\pi}{5}\Rightarrow r=\dfrac{\sqrt{365}}{5}$

- Đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có VTCP $\vec{u}=(1;2;-3);\vec{u'}=(1;-1;2)$.

- Gọi $\vec{n}$ là VTPT của (α).

+ Ta có : (α) song song với hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 nên $\vec{n}=\left[\vec{u},\vec{u'}\right]=(1;-5;-3)$

- Phương trình (α) có dạng $x-5y-3z+d=0$.

+ Theo đề ta có: $R^2=r^2+d^2\left(I;(\alpha)\right)\Rightarrow d\left(I;(\alpha)\right)=\dfrac{\sqrt{35}}{5}$

$\Leftrightarrow\dfrac{|d-5|}{\sqrt{35}}=\dfrac{\sqrt{35}}{5}\Leftrightarrow|d-5|=7\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=12\\d=-2\end{array}\right.$.

Cách 2 (Trắc nghiệm): Mặt phẳng (α) song song với hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi $\dfrac{2\sqrt{365}\pi}{5}$ nên sẽ có hai mặt phẳng (α) thỏa bài toán. Nên chọn A.

Câu 78: **[2H3-2.13-3]** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ 2;\ 2)$, $B(5;\ 4;\ 4)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $2x+y-z+6=0$. Gọi M là điểm nằm trên (P) sao cho MA^2+MB^2 là nhỏ nhất. Khi đó, tung độ của điểm M là:

A. $y_M = -1$. **B.** $y_M = 3$. **C.** $y_M = \dfrac{8}{9}$. **D.** $y_M = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Thay tọa độ của $A,\ B$ vào (P) ta thấy A và B cùng nằm trong cũng một nửa không gian chia bởi mặt phẳng (P).

Gọi H là hình chiếu của A lên (P) và A' là điểm đối xứng của A qua (P).

Ta có: Phương trình đường thẳng d qua A và vuông góc (P) là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

$H = d \cap (P)$ nên thay $x,\ y,\ z$ từ d vào (P) ta được $t = \dfrac{-4}{3}$.

Vậy: $H = \left(\dfrac{-5}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{10}{3}\right)$. Suy ra $A'\left(\dfrac{-13}{3};\dfrac{-2}{3};\dfrac{14}{3}\right)$.

Đường thẳng $A'B$ qua B và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \left(\dfrac{28}{3};\dfrac{14}{3};\dfrac{-2}{3}\right)$ là $\begin{cases} x = 5 + 14t' \\ y = 4 + 7t' \\ z = 4 - t' \end{cases}$

Tọa độ M chính là giao điểm của $A'B$ và (P).

Thay $x,\ y,\ z$ từ $A'B$ vào (P) ta được $t = \dfrac{-4}{9}$.

Vậy: $y_M = 8/9$.

Câu 79: **[2H3-2.13-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua hai điểm $M(1;8;0)$, $C(0;0;3)$ cắt các nửa trục dương Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho OG nhỏ nhất (G là trọng tâm tam giác ABC). Biết $G(a;b;c)$, tính $P = a + b + c$.

A. 12. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$ mà $C(0;0;3)$ nên $G\left(\dfrac{m}{3};\dfrac{n}{3};1\right)$ và

$OG^2 = \dfrac{1}{9}\left(m^2 + n^2\right) + 1$

$(P): \dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} + \dfrac{z}{3} = 1$. (P) qua hai điểm $M(1;8;0)$ nên $\dfrac{1}{m} + \dfrac{8}{n} = 1$

Ta có $1 = \dfrac{1}{m} + \dfrac{8}{n} = \dfrac{1}{m} + \dfrac{16}{2n} \geq \dfrac{(1+4)^2}{m + 2n} \Rightarrow m + 2n \geq 25$.

Suy ra $25 \leq m + 2n \leq \sqrt{5\left(m^2 + n^2\right)} \Leftrightarrow m^2 + n^2 \geq 125 \Rightarrow OG^2 \geq \dfrac{134}{9}$.

Dấu bằng khi $\begin{cases} \dfrac{1}{m}+\dfrac{8}{n}=1 \\ \dfrac{m}{1}=\dfrac{n}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=5 \\ n=10 \end{cases} \Rightarrow G\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{10}{3};1\right)$.

Câu 80: **[2H3-2.13-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=1 \end{cases}$ và $A(-1;\ 2;\ 3)$. Biết phương trình mặt phẳng (P) chứa d có dạng $x+by+cz+d=0$ và khoảng cách từ A đến (P) là 3. Xác định giá trị d.

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng d đi qua $B(0;-1;1)$ và $vtcp\vec{u}(1;2;0)$, mặt phẳng (P) có $vtpt\vec{n}(1,b,c)$

Ta có mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d nên $\begin{cases} \vec{u}.\vec{n}=0 \\ B\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+2b=0 \\ -b+c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-\dfrac{1}{2} \\ c=\dfrac{-1}{2}-d \end{cases}$

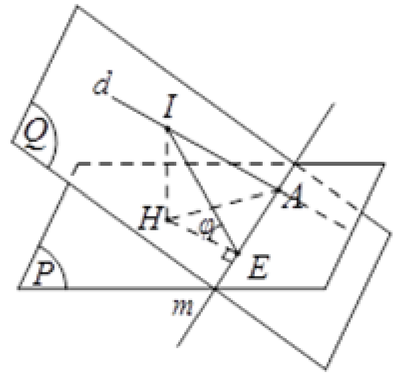
$(P): x-\dfrac{1}{2}y-\left(\dfrac{1}{2}+d\right)z+d=0$ mà $d\left(A;(P)\right)=3 \Leftrightarrow \dfrac{\left|\dfrac{-7}{2}-2d\right|}{\sqrt{1+\dfrac{1}{4}+\left(\dfrac{1}{2}+d\right)^2}}=3$

$\Leftrightarrow 5d^2-5d+\dfrac{5}{4}=0 \Leftrightarrow d=\dfrac{1}{2}$.

Câu 81: [2H3-2.13-4]Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất là

A. $2x-y+2z-1=0$. **B.** $10x-7y+13z+3=0$.
C. $2x+y-z=0$. **D.** $-x+6y+4z+5=0$.

Hướng dẫn giải



Chọn B

Gọi A là giao điểm của d và (P), m là giao tuyến của (P) và (Q). Lấy điểm I trên d.

Gọi H là hình chiếu của I trên (P), dựng HE vuông góc với m, suy ra $\varphi = \widehat{IEH}$ là góc giữa (P) và (Q). Nên $\tan\varphi = \frac{IH}{HE} \geq \frac{IH}{HA}$ Dấu $=$ xảy ra khi $E \equiv A$.

Khi đó đường thẳng m vuông góc với d,

chọn $\overrightarrow{u_m} = \left[\overrightarrow{d_d};\overrightarrow{n_P}\right] = (1;-6;-4)$

$\overrightarrow{n_Q} = \left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{u_m}\right] = (10;-7;13)$, suy ra đáp án B

Lưu ý: góc giữa (Q) và (P) nhỏ nhất chính là góc hợp bởi d và (P).

Phần 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Câu 82: **[2H3-3.1-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua $A(3;5;7)$ và song song với $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

A. $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 5+3t \\ z = 7+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = 3+5t \\ z = 4+7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+5t \\ z = 3+7t \end{cases}$. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi Δ là đường thẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Ta có: Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;3;4)$ và qua $A(3;5;7) \Rightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 3+2t \\ y = 5+3t \\ z = 7+4t \end{cases}$.

Câu 83: **[2H3-3.1-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua $A(3;5;7)$ và song song với $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=5+3t \\ z=7+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=3+5t \\ z=4+7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+5t \\ z=3+7t \end{cases}$. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi Δ là đường thẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Ta có: Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;3;4)$ và qua $A(3;5;7) \Rightarrow (\Delta):\begin{cases} x=3+2t \\ y=5+3t \\ z=7+4t \end{cases}$.

Câu 84: **[2H3-3.1-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng lớn nhất.

A. $\vec{u}=(4;-5;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{u}=(1;1;-4)$. **D.** $\vec{u}=(8;-7;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$\overrightarrow{AM}=(-3;-4;4)$. Gọi $\overrightarrow{u_d}$ là vectơ chỉ phương của d $\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=(2;2;-1)$.

Do $M\in\Delta \Rightarrow d[A;\Delta]\le AM$

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow AM\perp\Delta$

Khi đó chọn $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{AM}\right]=(4;-5;-2)$.

Câu 85: **[2H3-3.1-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng lớn nhất.

A. $\vec{u}=(4;-5;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{u}=(1;1;-4)$. **D.** $\vec{u}=(8;-7;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$\overrightarrow{AM}=(-3;-4;4)$. Gọi $\overrightarrow{u_d}$ là vectơ chỉ phương của d $\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=(2;2;-1)$.

Do $M\in\Delta \Rightarrow d[A;\Delta]\le AM$

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow AM\perp\Delta$

Khi đó chọn $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{AM}\right]=(4;-5;-2)$.

Câu 86: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$, mặt phẳng (P): $2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;\ 1;\ -2)$. Phương trình chính tắc đường thẳng Δ đi qua A, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{x+2}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{x+2}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{x+2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(1;\ 2;\ 2)$, mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(2;\ 1;\ 2)$. Gọi $\vec{u}$ là VTCP của đường thẳng Δ. Vì $\begin{cases}\Delta//(P)\\ \Delta//\perp d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}\perp\overrightarrow{u_d}\\ \vec{u}\perp\vec{n}\end{cases}\Rightarrow\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d},\vec{n}\right]=(2;\ 2;\ -3)$.

Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}\text{đi qua } A(1;\ 1;\ -2)\\ \text{VTCP } \vec{u}=(2;\ 2;\ -3)\end{cases}$. Phương trình chính tắc đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$.

Câu 87: **[2H3-3.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;2;-3)$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\ y=1-t\\ z=-1+3t\end{cases}$, $d_2:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc d_1, d_2.

A. $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=3\end{cases}$.

B. $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t\\ z=-3\end{cases}$.

C. $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\ y=2+t\\ z=-3\end{cases}$.

D. $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\ y=2-t\\ z=-3\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng d_1, d_2 có vectơ chỉ phương lần lượt là $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;3)$, $\overrightarrow{u_2}=(-1;1;-2)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-1;-1;0)$

Do đó, đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases}x=1-t\\ y=2-t\\ z=-3\end{cases}$

Câu 88: **[2H3-3.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M\left(1;2;-3\right)$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=-1+3t\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc d_1, d_2.

A. $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-3\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=-3\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=-3\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng d_1, d_2 có vectơ chỉ phương lần lượt là $\overrightarrow{u_1}=\left(1;-1;3\right)$, $\overrightarrow{u_2}=\left(-1;1;-2\right)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=\left(-1;-1;0\right)$

Do đó, đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=-3\end{cases}$

Câu 89: **[2H3-3.3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M\left(1;2;3\right)$ và song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(P\right):3x+y-3=0$, $\left(Q\right):2x+y+z-3=0$

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+3t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-3t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=3+t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=\left(1;-3;1\right)$

Suy ra phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 90: [2H3-3.3-3] Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng $2x+3y+2z-6=0$ và $x-2y+3z+2=0$.

A. $\begin{cases}x=-1+13t\\y=2-4t\\z=1-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=13-t\\y=-4+2t\\z=-7+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+13t\\y=3-4t\\z=2-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+13t\\y=-2+4t\\z=3+7t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách _1:_ Hai mặt phẳng đã cho có véc tơ pháp tuyến lần lượt là: $\vec{n}_1 = (2;3;2)$, $\vec{n}_2 = (1;-2;3)$. Giao tuyến cần tìm có véc tơ chỉ phương là $[\vec{n}_1;\vec{n}_2] = (13;-4;-7)$.

Cho $z=1$ thay vào các phương trình của hai mặt phẳng đã cho ta được hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-2y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$. Vậy giao tuyến cần tìm đi qua điểm $M(-1;2;1)$ do đó phương trình tham số của nó là $\begin{cases} x=-1+13t \\ y=2-4t \\ z=1-7t \end{cases}$.

Cách _2:_ Cho $z=1$ thay vào phương trình của hai mặt phẳng ta tìm được $x=-1;\ y=2$. Suy ra giao tuyến đi qua điểm $M(-1;2;1)$.

Tương tự, cho $z=0$ ta tìm được $x=\frac{6}{7},\ y=\frac{10}{7}$. Suy ra giao tuyến đi qua điểm $N\left(\frac{6}{7};\frac{10}{7};0\right)$.

Véc tơ chỉ phương của giao tuyến là $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{13}{7};-\frac{4}{7};-1\right) = \frac{1}{7}(13;-4;-7)$.

Vậy phương trình tham số của giao tuyến cần tìm là $\begin{cases} x=-1+13t \\ y=2-4t \\ z=1-7t \end{cases}$

Câu 91: [2H3-3.3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều 2 điểm A và B.

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Lấy điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng d do M cách đều A và B nên M thuộc mặt phẳng trung trực của AB. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Ta có mặt phẳng trung trực (Q) của AB đi qua $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$ và có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (-3;-1;0)$ nên phương trình tổng quát của mặt phẳng (Q) là

$$-3\left(x-\frac{3}{2}\right)-1\left(y-\frac{5}{2}\right)+0(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x+y-7=0$$

Do đó đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Q).

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z-7=0 \\ 3x+y-7=0 \end{cases}$

Cho $x=0 \Rightarrow \begin{cases} y=7 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow C(0;7;0) \in d$.

Cho $x=1 \Rightarrow \begin{cases} y=4 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow D(1;4;2) \in d$

Đường thẳng đi qua $C(0;7;0)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{CD}=(1;-3;2)$ làm vectơ chỉ phương nên phương trình tham số đường thẳng là $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 92: [2H3-3.3-3] Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng $2x+3y+2z-6=0$ và $x-2y+3z+2=0$.

A. $\begin{cases} x=-1+13t \\ y=2-4t \\ z=1-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=13-t \\ y=-4+2t \\ z=-7+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+13t \\ y=3-4t \\ z=2-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+13t \\ y=-2+4t \\ z=3+7t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Hai mặt phẳng đã cho có véc tơ pháp tuyến lần lượt là: $\vec{n}_1=(2;3;2)$, $\vec{n}_2=(1;-2;3)$. Giao tuyến cần tìm có véc tơ chỉ phương là $[\vec{n}_1;\vec{n}_2]=(13;-4;-7)$.

Cho $z=1$ thay vào các phương trình của hai mặt phẳng đã cho ta được hệ phương trình:

$\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-2y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$. Vậy giao tuyến cần tìm đi qua điểm $M(-1;2;1)$ do đó phương trình tham số của nó là $\begin{cases} x=-1+13t \\ y=2-4t \\ z=1-7t \end{cases}$.

Cách 2: Cho $z=1$ thay vào phương trình của hai mặt phẳng ta tìm được $x=-1$; $y=2$. Suy ra giao tuyến đi qua điểm $M(-1;2;1)$.

Tương tự, cho $z=0$ ta tìm được $x=\frac{6}{7}$, $y=\frac{10}{7}$. Suy ra giao tuyến đi qua điểm $N\left(\frac{6}{7};\frac{10}{7};0\right)$.

Véc tơ chỉ phương của giao tuyến là $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{13}{7};-\frac{4}{7};-1\right)=\frac{1}{7}(13;-4;-7)$.

Vậy phương trình tham số của giao tuyến cần tìm là $\begin{cases} x=-1+13t \\ y=2-4t \\ z=1-7t \end{cases}$

Câu 93: [2H3-3.3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều 2 điểm A và B.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Lấy điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng d do M cách đều A và B nên M thuộc mặt phẳng trung trực của AB. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Ta có mặt phẳng trung trực (Q) của AB đi qua $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (-3;-1;0)$ nên phương trình tổng quát của mặt phẳng (Q) là

$-3\left(x - \frac{3}{2}\right) - 1\left(y - \frac{5}{2}\right) + 0(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 7 = 0$

Do đó đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Q).

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ 3x + y - 7 = 0 \end{cases}$

Cho $x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 7 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow C(0;7;0) \in d$.

Cho $x = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow D(1;4;2) \in d$

Đường thẳng đi qua $C(0;7;0)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{CD} = (1;-3;2)$ làm vectơ chỉ phương nên phương trình tham số đường thẳng là $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Câu 94: **[2H3-3.3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P),(Q)$ và (R) lần lượt có phương trình $(P): x + my - z + 2 = 0$; $(Q): mx - y + z + 1 = 0$ và $(R): 3x + y + 2z + 5 = 0$. Gọi (d_m) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Tìm m để đường thẳng (d_m) vuông góc với mặt phẳng (R).

A. $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \end{array}\right.$. **B.** $m = 1$.

C. $m = -\frac{1}{3}$. **D.** Không có giá trị m.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_P} = (1;m;-1)$

Mặt phẳng (Q) có VTPT là $\overrightarrow{n_Q}=(m;-1;1)$

Đường thẳng (d_m) là giao tuyến của (P) và (Q) nên có VTCP là

$\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_p},\overrightarrow{n_Q}\right]=\left(m-1;-m-1;-1-m^2\right)$

Ta có $d_m\perp(R)\Leftrightarrow\vec{u}_d=k.\overrightarrow{n_{(R)}}$ $\Leftrightarrow\dfrac{m-1}{3}=\dfrac{-m-1}{1}=\dfrac{-1-m^2}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{m-1}{3}=\dfrac{-m-1}{1}\\ \dfrac{m-1}{3}=\dfrac{-1-m^2}{2}\end{cases}$ $\Rightarrow$ không tồn tại giá trị m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 95: **[2H3-3.3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$ và hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;-3)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc Δ đều có khoảng cách đến A và đến B bằng nhau. Véctơ nào sau đây là véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u}=(2;-4;3)$. **B.** $\vec{u}=(2;4;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;4;-3)$. **D.** $\vec{u}=(2;-4;-3)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn **D.**

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . (Q) đi qua trung điẻm $I(0;\ 1;\ \ -1)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-2;4)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Phương trình $(Q):2x-2(y-1)+4(z+1)=0\Leftrightarrow x-y+2z+3=0$

Theo đề: $\Delta=(P)\cap(Q)$ nên VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta=(-2;4;3)$

Câu 96: [2H3-3.3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$, $B(2;-1;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-3=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ chứa trong (P) sao cho mọi điểm thuộc Δ cách đều hai điểm A,B

A. $\begin{cases}x=1-2t\\ y=t\\ z=3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases}x=-2t\\ y=1+t\\ z=2+3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **C.** $\begin{cases}x=-2\\ y=1+t\\ z=3+2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\ y=1+3t\\ z=2-2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Cách 1.

Δ chứa trong (P) $\Rightarrow\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{u_\Delta}\Rightarrow$ Loại C, **D.**

Δ chứa trong (P) $\Rightarrow$ mọi điểm thuộc Δ đều thuộc $(P)\Rightarrow$ Loại A, vì $M(1;0;0)$ thuộc Δ nhưng không thuộc (P).

*Chú ý + Do phương án nhiễu chưa hợp lý nên không cần sử dụng đến hai điểm A,***B.**

+ Phương pháp tổng quát Gọi (Q) *là mặt phẳng trung trực của* $AB \Rightarrow \Delta = (P) \cap (Q)$.

Cách 2.

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của $AB \Rightarrow (Q)$ qua trung điểm $I(1;0;0)$ của đoạn AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (2;-2;2)$ làm VTPT$\Rightarrow (Q): x - y + z - 1 = 0$.

Khi đó $\Delta = (P) \cap (Q) \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right] = (2;-1;-3)$; $\left(\overrightarrow{n_P} = (2;1;1),\ \overrightarrow{n_Q} = (1;-1;1)\right)$

Tọa độ điểm $M(0;1;2)$ thỏa mãn $\begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ 2x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow M \in \Delta$.

Vậy $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Câu 97: [2H3-3.3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm $A,\ B$ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là $(\alpha): 3x + y - 7 = 0$.

Đường thẳng cần tìm d cách đều hai điểm $A,\ B$ nên sẽ thuộc mặt phẳng (α).

Lại có $d \subset (P)$, suy ra $d = (P) \cap (\alpha)$ hay $d: \begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ 3x + y - 7 = 0 \end{cases}$.

Chọn $x = t$, ta được $\begin{cases} z = 2t \\ y = 7 - 3t \end{cases}$.

Câu 98: **[2H3-3.4-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+5}{-1} = \dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương hình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x + 3 = 0$?

A. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;4)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P): x+3=0$.

Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTPT là $[\vec{u}_d;\vec{n}_P]=(0;4;1)$

$$\Rightarrow (Q): 4y+z+17=0.$$

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$$\begin{cases} 4y+z+17=0 \\ x+3=0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}.$$

Cách 2: Ta có $M \in d \Rightarrow M(1+2t;-5-t;3+4t)$. Gọi M' là hình chiếu của M trên $(P): x+3=0$

. Suy ra $M'(-3;-5-t;3+4t)$. Suy ra $d': \begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t \\ z=3+4t \end{cases}$

So sánh với các phương án, ta chọn D là đáp án đúng.

Cách 3. Trắc nghiệm.

Gọi $I=d\cap(\alpha)$, suy ra $I(-3;-3;-5)$.

Dễ thấy chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Câu 99: **[2H3-3.4-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-z-4=0$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P).

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1 \\ z=-1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải:

Chọn A.

Ta có phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+3t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}$ đi qua điểm $M(3;1;-1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d=(3;1;-1)$.

Vì điểm $M(3;1;-1)\in(P)$ nên $M=d\cap(P)$.

Gọi điểm $O=(0;0;0)\in d$ và K là hình chiếu của O lên mặt phẳng (P).

Gọi đường thẳng Δ đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (P) suy ra đường thẳng Δ nhận véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) làm véctơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(1;0;-1)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=t' \\ y=0 \\ z=-t' \end{cases}$.

Khi đó $K=\Delta\cap(P)$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=t'\\y=0\\z=-t'\\x-z-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=2\\x=2\\y=0\\z=-2\end{cases}\Rightarrow K=(2;0;-2)$$

Hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng MK.

Véctơ chỉ phương $\overrightarrow{MK}=(-1;-1;-1)=-1(1;1;1)$.

Phương trình đường thẳng MK là $\begin{cases}x=3+t\\y=1+t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 100: **[2H3-3.4-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{z+3}{1}$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy

A. $\begin{cases}x=3-6t\\y=11-9t\\z=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=5+6t\\y=11-9t\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=5-6t\\y=11+9t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5-6t\\y=11-9t\\z=0\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Lấy $N(-1;2;-3)\in d$ và gọi H là hình chiếu của điểm N trên (Oxy) thì $H(-1;2;0)$.

Thay tọa độ điểm H vào các phương án ta thấy chỉ có phương án D thỏa.

Câu 101: [2H3-3.4-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-2z+2=0$, đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (Oxy). Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng Δ với mặt phẳng (P).

A. $I(-1;3;0)$. **B.** $I(-1;1;0)$. **C.** $I(1;-3;0)$. **D.** $I(-3;5;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C .

Có $A(-1;1;0);B(0;-1;-1)\in d$.

Gọi $A';B'$ là hình chiếu vuông góc của A,B lên mặt phẳng (Oxy)

$\Rightarrow A'(-1;1;0);B'(0;-1;0)\Rightarrow\overrightarrow{A'B'}=(1;-2;0)$.

$$\Delta:\begin{cases}x=-1-t\\y=1+2t\\z=0\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$$

$$I=\Delta\cap(P)\Rightarrow\begin{cases}I\in\Delta\\I\in(P)\end{cases}$$

$I\in\Delta\Rightarrow I(-1-t;1+2t;0)$

$I\in(P)\Rightarrow -1-t+1+2t+2=0\Leftrightarrow t=-2\Rightarrow I(1;-3;0)$.

Câu 102: [2H3-3.4-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+2=0$, đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (Oxy). Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng Δ với mặt phẳng (P).

A. $I(-1;3;0)$. **B.** $I(-1;1;0)$. **C.** $I(1;-3;0)$. **D.** $I(-3;5;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C .

Có $A(-1;1;0); B(0;-1;-1)\in d$.

Gọi $A^{'}; B^{'}$ là hình chiếu vuông góc của A,B lên mặt phẳng (Oxy)

$\Rightarrow A^{'}(-1;1;0); B^{'}(0;-1;0)\Rightarrow \overrightarrow{A^{'}B^{'}}=(1;-2;0)$.

$$\Delta:\begin{cases}x=-1-t\\ y=1+2t\\ z=0\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$$

$$I=\Delta\cap(P)\Rightarrow\begin{cases}I\in\Delta\\ I\in(P)\end{cases}$$

$I\in\Delta\Rightarrow I(-1-t;1+2t;0)$

$I\in(P)\Rightarrow -1-t+1+2t+2=0\Leftrightarrow t=-2\Rightarrow I(1;-3;0)$.

Câu 103: [2H3-3.4-3]Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ' là hình chiếu của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P).

A. $\vec{u}=(1;-1;0)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (P).

(Q) có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(1;-1;0)$.

Δ' là hình chiếu của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P) nên Δ' là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Do đó Δ' có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{\Delta'}}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;1;-2)$

Câu 104: [2H3-3.4-3]Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu của d lên mặt phẳng Oxy.

A. $d':\begin{cases}x=-3+t\\ y=1+t\\ z=0\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **B.** $d':\begin{cases}x=-3+t\\ y=t\\ z=0\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

C. $d':\begin{cases}x=-3+t\\y=-t\\z=0\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

D. $d':\begin{cases}x=3-t\\y=-t\\z=0\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-2+t\\y=1+t\\z=2+2t\end{cases}$

Hình chiếu của d lên mặt phẳng (Oxy) (có phương trình $z=0$) là $\Delta:\begin{cases}x=-2+t\\y=1+t\\z=0\end{cases}$

Nhận xét d' ở đáp án B có vectơ chỉ phương cùng phương với VTCP của Δ và có 1 điểm chung với $\Delta\Rightarrow d'\equiv\Delta$.

Câu 105: [2H3-3.5-3] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-1}$ và $d':\frac{x}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{1}$. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua M và cắt cả hai đường thẳng d và d'.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C.

Với $A(2t+1;-t+1;-t+1)\in d$ và $B(3t';-2t';t'+1)\in d'$, ta có A, B, M thẳng hàng khi

$$\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}\Leftrightarrow\begin{cases}2t=k(-1+2t')\\2-t=k(1-2t')\\-2-t=k(-2+t')\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2t+k-2kt'=0\\-t-k+2kt'=-2\\-t+2k-kt'=2\end{cases}$$ hệ vô nghiệm.

Vậy không có đường thẳng nào thỏa yêu cầu đề.

Câu 106: **[2H3-3.6-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z}{1}$.

B. $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z}{1}$.

C. $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z}{1}$.

D. $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z}{-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi H là hình chiếu của M lên Δ

Nên $H\left(1+2t;-1+t;-t\right)\in\Delta\Rightarrow\overrightarrow{MH}=\left(2t-1;-2+t;-t\right)$

Và $\vec{a}=\left(2;1;-1\right)$ là véc tơ chỉ phương của Δ

Dó đó: $\overrightarrow{MH}.\vec{a}=0\Leftrightarrow 2\left(2t-1\right)-2+t+t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3}$

Khi đó: $\overrightarrow{MH}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)\Rightarrow\vec{u}=\left(1;-4;-2\right)$ là véc tơ chỉ phương của d

Vậy $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$

Câu 107: **[2H3-3.6-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;1;0\right)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{1}$.

C. $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi H là hình chiếu của M lên Δ

Nên $H\left(1+2t;-1+t;-t\right)\in\Delta\Rightarrow\overrightarrow{MH}=\left(2t-1;-2+t;-t\right)$

Và $\vec{a}=\left(2;1;-1\right)$ là véc tơ chỉ phương của Δ

Dó đó: $\overrightarrow{MH}.\vec{a}=0\Leftrightarrow 2\left(2t-1\right)-2+t+t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3}$

Khi đó: $\overrightarrow{MH}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)\Rightarrow\vec{u}=\left(1;-4;-2\right)$ là véc tơ chỉ phương của d

Vậy $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$

Câu 108: **[2H3-3.7-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, mặt phẳng $\left(P\right):x-y+z+4=0$ và điểm $A\left(1;1;2\right)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A, song song với $\left(P\right)$ và vuông góc với d.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z-2}{-3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+2}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-2}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+2}{-3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1;1)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-2)$

Đường thẳng d' qua điểm A, song song với (P) và vuông góc với d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u'}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(1;4;3)$

Phương trình chính tắc của $d':\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-2}{3}$

Câu 109: **[2H3-3.7-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, mặt phẳng $(P):x-y+z+4=0$ và điểm $A(1;1;2)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A, song song với (P) và vuông góc với d.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z-2}{-3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+2}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-2}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+2}{-3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1;1)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-2)$

Đường thẳng d' qua điểm A, song song với (P) và vuông góc với d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u'}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(1;4;3)$

Phương trình chính tắc của $d':\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-2}{3}$

Câu 110: [2H3-3.7-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+2y+3z-1=0$ và điểm $A(4;1;3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song với mặt phẳng (P) và Δ cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$.

A. $\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y-1}{6}=\dfrac{z-3}{-9}$. **B.** $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{-3}$.

C. $\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y-1}{-6}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-4}{-1}=\dfrac{y-1}{6}=\dfrac{z-3}{-3}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=3+3t\\y=3+2t\\z=-2-2t\end{cases}$.

Gọi $B=\Delta\cap d$. Tọa độ $B(3+3t;\ 3+2t;\ -2-2t)$.

$\overrightarrow{AB}=\left(3t-1;\ 2t+2;\ -2t-5\right)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Do Δ song song với mặt phẳng $\left(P\right)$ nên

$\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}_{(P)}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\vec{n}_{(P)}=0\ \Leftrightarrow3\left(3t-1\right)+2\left(2t+2\right)+3\left(-2t-5\right)=0\Rightarrow7t=14\Rightarrow t=2$.

Vậy $\overrightarrow{AB}=\left(5;\ 6;\ -9\right)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta:\ \dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y-1}{6}=\dfrac{z-3}{-9}$.

Câu 111: **[2H3-3.8-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+y+z-1=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trên $\left(\alpha\right)$ đồng thời cắt đường thẳng Δ và trục Oz. Một véctơ chỉ phương của d là:

A. $\vec{u}\left(2;-1;-1\right)$. **B.** $\vec{u}\left(1;1;-2\right)$. **C.** $\vec{u}\left(1;-2;1\right)$. **D.** $\vec{u}\left(1;2;-3\right)$.

Lời giải

Chọn B.

+ Gọi $A=d\cap\Delta\Rightarrow A\in\Delta\Rightarrow A\left(2+t;2+t;1+2t\right)$.

Vì $A\in d\subset\left(\alpha\right)\Rightarrow A\in\left(\alpha\right)\Rightarrow2+t+2+t+1+2t-1=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow A\left(1;1;-1\right)$.

+ Gọi $B=d\cap Oz\ \Rightarrow B\left(0;0;b\right)$.

Vì $B\in d\subset\left(\alpha\right)\Rightarrow B\in\left(\alpha\right)\Rightarrow b-1=0\Leftrightarrow b=1\Rightarrow B\left(0;0;1\right)$.

Khi đó một VTCP của đường thẳng d là $\vec{u}=\overrightarrow{BA}=\left(1;1;-2\right)$.

Câu 112: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+y+z-1=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trên $\left(\alpha\right)$ đồng thời cắt đường thẳng Δ và trục Oz. Một véctơ chỉ phương của d là:

A. $\vec{u}=\left(2;-1;-1\right)$. **B.** $\vec{u}=\left(1;1;-2\right)$. **C.** $\vec{u}=\left(1;-2;1\right)$. **D.** $\vec{u}=\left(1;2;-3\right)$.

Lời giải

Chọn B.

+ Gọi $A=d\cap\Delta\Rightarrow A\in\Delta\Rightarrow A\left(2+t;2+t;1+2t\right)$.

Vì $A\in d\subset\left(\alpha\right)\Rightarrow A\in\left(\alpha\right)\Rightarrow2+t+2+t+1+2t-1=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow A\left(1;1;-1\right)$.

+ Gọi $B=d\cap Oz\ \Rightarrow B\left(0;0;b\right)$.

Vì $B\in d\subset\left(\alpha\right)\Rightarrow B\in\left(\alpha\right)\Rightarrow b-1=0\Leftrightarrow b=1\Rightarrow B\left(0;0;1\right)$.

Khi đó một VTCP của đường thẳng d là $\overrightarrow{AB}=\left(-1;-1;2\right)=-\left(1;1;-2\right)$. Vậy véctơ $\vec{u}=\left(1;1;-2\right)$ cũng là một VTCP của đường thẳng d.

Câu 113: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-1=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trên (α) đồng thời cắt đường thẳng Δ và trục Oz. Một véctơ chỉ phương của d là:

A. $\vec{u}=(2;-1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;-2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn B.

+ Gọi $A=d\cap\Delta \Rightarrow A\in\Delta \Rightarrow A(2+t;2+t;1+2t)$.

Vì $A\in d\subset(\alpha)\Rightarrow A\in(\alpha)\Rightarrow 2+t+2+t+1+2t-1=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow A(1;1;-1)$.

+ Gọi $B=d\cap Oz \Rightarrow B(0;0;b)$.

Vì $B\in d\subset(\alpha)\Rightarrow B\in(\alpha)\Rightarrow b-1=0\Leftrightarrow b=1\Rightarrow B(0;0;1)$.

Khi đó một VTCP của đường thẳng d là $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;2)=-(1;1;-2)$. Vậy véctơ $\vec{u}=(1;1;-2)$ cũng là một VTCP của đường thẳng d.

Câu 114: **[2H3-3.9-3]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tọa độ các đỉnh $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $A'(0;0;2)$. Đường thẳng d song song với $A'C$, cắt cả hai đường thẳng AC' và $B'D'$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Khi đó $C(2;2;0)$, $C'(2;2;2)$

Mặt khác $d // A'C$ suy ra VTCP $\vec{u}=\overrightarrow{A'C}=(1;1;-1)$.

Vì d song song với $A'C$, nên d đi qua trung điểm của $A'C'$ là $I(1;1;2)$.

Vậy $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 115: **[2H3-3.10-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi I là giao điểm của d và (P). Tọa độ I là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3} \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1} \\ \dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3} \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-1 \\ 3y-z=2 \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

Ta có một VTCP của Δ như sau: $\vec{u}_{\Delta}=\left[\vec{u}_d;\vec{n}_{(P)}\right]=(5;-1;-3)$.

Vậy phương trình $d:\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Chú ý: Do Δ cắt d và Δ nằm trong (P) nên Δ phải đi qua I. Do đó ta có thể chọn được đáp án là C mà không cần tìm VTCP của Δ.

Câu 116: **[2H3-3.10-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x+y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (α), cắt và vuông góc với d. Hệ phương trình nào là phương trình tham số của Δ?

A. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=3-5t \\ z=3-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=5-5t \\ z=4-7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=1-5t \\ z=-4-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=7-5t \\ z=2-7t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $M=d\cap(\alpha)$ nên $M(1+t;-2t;-3+2t)\in d$

Mà $M\in(\alpha)\Rightarrow 3(1+t)-2t-3+2t=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow M(1;0;-3)\in\Delta$

Ta có: $\vec{n}=(3;1;1)$ là véc tơ pháp tuyến của (α) và $\vec{b}=(1;-2;2)$ là véc tơ chỉ phương của d

Nên $\vec{u}=\vec{n}\wedge\vec{b}=(4;-5;-7)$ là véc tơ chỉ phương của Δ

Do đó: $\Delta:\begin{cases} x=1+4t' \\ y=-5t' \\ z=-3-7t' \end{cases} \Rightarrow \Delta:\begin{cases} x=-3+4t \\ y=5-5t \\ z=4-7t \end{cases}$.

Kiểm tra lần lượt điểm $M(1;0;-3)$ và $\vec{u}=(4;-5;-7)$ thỏa đáp án B.

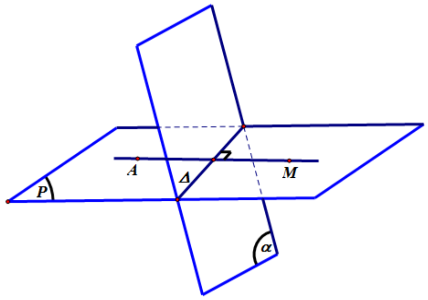
Câu 117: [2H3-3.10-4]Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$, $M(-1;1;0)$ và mặt phẳng $(\alpha):x-y+2=0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm A, M và cắt (α) theo một giao tuyến vuông góc với AM.

A. $4x-5y-2z-9=0$. **B.** $2x+y-4z+1=0$.

C. $2x+y-z-1=0$. **D.** $4x-5y-2z+9=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Giả sử $(P): Ax+By+Cz+D=0$ $\left(A^2+B^2+C^2\neq 0\right)$ $(*)$ là mặt phẳng cần tìm.

Theo giả thiết $A, M\in(P)$ $\Rightarrow \begin{cases} B+2C+D=0 \\ -A+B+D=0 \end{cases}$ (1)

Theo giả thiết $\begin{cases} (P)\cap(\alpha)=\Delta \\ \Delta\perp AM \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(\alpha)}\right] \\ \vec{u}_\Delta.\overrightarrow{AM}=0 \end{cases}$

Mà $\begin{cases} \vec{n}_{(P)}=(A;B;C) \\ \vec{n}_{(\alpha)}=(1;-1;0) \\ \overrightarrow{AM}=(-1;0;-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta=(C;C;-A-B) \\ \overrightarrow{AM}=(-1;0;-2) \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{u}_\Delta.\overrightarrow{AM}=0 \Leftrightarrow -C+2(A+B)=0 \ (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} A=-2C \\ B=\dfrac{5}{2}C \\ D=-\dfrac{9}{2}C \end{cases}$ (3)

Thế (3) vào $(*)$, ta được: $-2Cx+\dfrac{5}{2}Cy+Cz-\dfrac{9}{2}C=0 \Leftrightarrow -4x+5y+2z-9=0$.

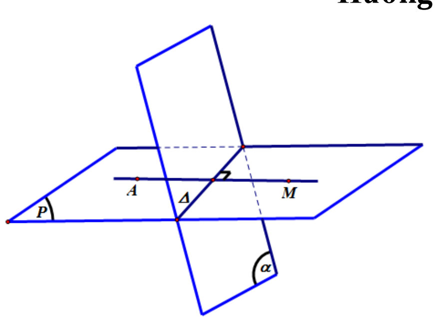
Câu 118: [2H3-3.10-4]Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$, $M(-1;1;0)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-y+2=0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm A, M và cắt (α) theo một giao tuyến vuông góc với AM.

A. $4x-5y-2z-9=0$. **B.** $2x+y-4z+1=0$.

C. $2x+y-z-1=0$. **D.** $4x-5y-2z+9=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Giả sử $(P): Ax+By+Cz+D=0$ $\left(A^2+B^2+C^2\neq 0\right)$ $(*)$ là mặt phẳng cần tìm.

Theo giả thiết $A, M\in(P)$ $\Rightarrow \begin{cases} B+2C+D=0 \\ -A+B+D=0 \end{cases}$ (1)

Theo giả thiết $\begin{cases} (P)\cap(\alpha)=\Delta \\ \Delta\perp AM \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(\alpha)}\right] \\ \vec{u}_\Delta.\overrightarrow{AM}=0 \end{cases}$

Mà $\begin{cases} \vec{n}_{(P)}=(A;B;C) \\ \vec{n}_{(\alpha)}=(1;-1;0) \\ \overrightarrow{AM}=(-1;0;-2) \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta=(C;C;-A-B) \\ \overrightarrow{AM}=(-1;0;-2) \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{u}_\Delta.\overrightarrow{AM}=0 \Leftrightarrow -C+2(A+B)=0 \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} A=-2C \\ B=\dfrac{5}{2}C \\ D=-\dfrac{9}{2}C \end{cases}$ (3)

Thế (3) vào $(*)$, ta được: $-2Cx+\dfrac{5}{2}Cy+Cz-\dfrac{9}{2}C=0 \Leftrightarrow -4x+5y+2z-9=0$.

Câu 119: [2H3-3.11-3] Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;1;0)$, vuông góc và cắt đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-4t \\ z=2t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=1-4t \\ z=2t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-4t \\ z=-2t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-4t \\ z=2t \end{cases}$.

Đáp án: C

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=-t \end{cases}$ có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1)$.

Gọi M là giao điểm của Δ và d nên $M(1+2t;-1+t;-t)$

Suy ra véctơ của Δ là $\vec{u}_\Delta=\overrightarrow{AM}=(2t-1;t-2;-t)$

Theo giả thiết Δ và d vuông góc nên $\overrightarrow{u_d}\perp\vec{u}_\Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d}.\vec{u}_\Delta=0 \Leftrightarrow 2(2t-1)+(t-2)+t=0$

$\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3} \Rightarrow \vec{u}_\Delta=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{-4}{3};\dfrac{-2}{3}\right)$ cùng phương với $\vec{u}=(1;-4;-2)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(2;1;0)$ có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;-2)$ có dạng

$$\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t\\z=-2t\end{cases}.$$

Câu 120: **[2H3-3.11-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1-t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua $A(0;1;-1)$ cắt và vuông góc với đường thẳng Δ. Phương trình nào sau đây là phương trình của đường thẳng d ?

A. $\begin{cases}x=5t'\\y=1+5t'\\z=-1+8t'\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t'\\y=1+t'\\z=-1+2t'\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=5\\y=5+t'\\z=10-t'\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+5t'\\y=6+5t'\\z=9+8t'\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{u}_\Delta=(1;1;-1)$; Gọi $M=\Delta\cap d\Rightarrow M(1+t;2+t;1-t)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(1+t;1+t;2-t)$

$\vec{u}_\Delta\perp\overrightarrow{AM}\Rightarrow\vec{u}_\Delta.\overrightarrow{AM}=0\Rightarrow 1+t+1+t-(2-t)\Rightarrow t=0$

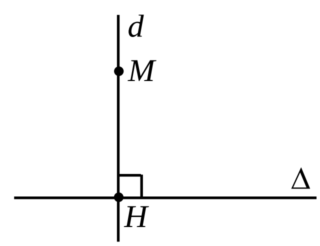
Đường thẳng d có vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM}=(1;1;2)$ và đi qua $A(0;1;-1)\Rightarrow d:\begin{cases}x=t'\\y=1+t'\\z=-1+2t'\end{cases}$

Câu 121: [2H3-3.11-3] Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Lập phương trình của đường thẳng d đi qua điểm M, cắt Δ và vuông góc với Δ.

A. $(d):\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$. **B.** $(d):\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $(d):\begin{cases}x=-2+t\\y=1-4t\\z=-2t\end{cases}$. **D.** $(d):\begin{cases}x=3+t\\y=-3-4t\\z=-2-2t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$

Gọi $H(1+2t;-1+t;-t)\in\Delta$ là hình chiếu của M lên Δ.

Suy ra $\overrightarrow{MH}=(2t-1;t-2;-t)$.

Ta có $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow 2(2t-1)+t-2+t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3}\Rightarrow\overrightarrow{MH}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

$\Rightarrow\vec{u}=(1;-4;-2)$ là một VTCP của d

Ta thấy đáp án C và D có cùng vectơ chỉ phương nhưng chỉ có đáp án D đi qua điểm M

$$\Rightarrow(d):\begin{cases}x=3+t\\y=-3-4t\\z=-2-2t\end{cases}.$$

Câu 122: **[2H3-3.11-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-3+t\end{cases}$ và điểm $A(1;0;2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, d vuông góc và cắt Δ.

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$.

B. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-4}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{-4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $H=d\cap\Delta$ nên $H(1+t;2-3t;-3+t)$

Ta có: $AH\perp\Delta\Rightarrow\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow(t;2-3t;t-5).(1;-3;1)=0\Leftrightarrow t=1$

Suy ra $\overrightarrow{AH}=(1;-1;-4)$ nên d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{-4}$

Câu 123: **[2H3-3.11-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-3+t\end{cases}$ và điểm $A(1;0;2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, d vuông góc và cắt Δ.

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$.

B. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-4}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{-4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $H=d\cap\Delta$ nên $H(1+t;2-3t;-3+t)$

Ta có: $AH\perp\Delta\Rightarrow\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow(t;2-3t;t-5).(1;-3;1)=0\Leftrightarrow t=1$

Suy ra $\overrightarrow{AH}=(1;-1;-4)$ nên d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{-4}$

Câu 124: [2H3-3.13-4] Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=3+t\\y=2+t\\z=5\end{cases}$.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{2}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$\overrightarrow{u_1}=(1;-1;-1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1.

$\overrightarrow{u_2}=(1;1;0)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_2.

$A\in d_1 \Rightarrow A(u+2;-u+1;-u+2)$.

$B\in d_2 \Rightarrow B(3+t;2+t;5)$.

$\overrightarrow{AB}=(t-u+1;t+u+1;u+3)$.

AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 khi và chỉ khi :

$\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0\\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t-u+1-t-u-1-u-3=0\\ t-u+1+t+u+1=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-3u-3=0\\ 2t+2=0\end{cases} \Leftrightarrow t=u=-1$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$ và $A(1;2;3)$.

Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Câu 125: [2H3-3.13-4] Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=3+t\\ y=2+t\\ z=5\end{cases}$.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{2}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$\overrightarrow{u_1}=(1;-1;-1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1.

$\overrightarrow{u_2}=(1;1;0)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_2.

$A\in d_1 \Rightarrow A(u+2;-u+1;-u+2)$.

$B\in d_2 \Rightarrow B(3+t;2+t;5)$.

$\overrightarrow{AB}=(t-u+1;t+u+1;u+3)$.

AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 khi và chỉ khi :

$\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0\\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t-u+1-t-u-1-u-3=0\\ t-u+1+t+u+1=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-3u-3=0\\ 2t+2=0\end{cases} \Leftrightarrow t=u=-1$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$ và $A(1;2;3)$.

Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Câu 126: [2H3-3.14-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho $MA^2+MB^2=28$.

A. $M(1;0;-4)$. **B.** $M(-1;0;4)$. **C.** $M(1;0;4)$. **D.** $M(-1;0;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$M\in d\Rightarrow M(1-t;-2+t;2t)$

$MA^2=t^2+(6-t)^2+(2-2t)^2=6t^2-20t+40$

$MB^2=(t-2)^2+(4-t)^2+(4-2t)^2=6t^2-28t+36$

Theo bài ra: $MA^2+MB^2=28\Leftrightarrow 12t^2-48t+76=28\Leftrightarrow t^2-4t+4=0\Leftrightarrow t=2$.

Vậy $M(-1;0;4)$.

Câu 127: **[2H3-3.14-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(-3;3;-2)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox sao cho M cách đều hai điểm A và B.

A. $M(1;0;0)$. **B.** $M(0;-1;0)$. **C.** $M(-1;0;0)$. **D.** $M(0;1;0)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Cách 1: Gọi $M(x;0;0)\in Ox$

Ta có: $\overrightarrow{MA}=(1-x;-2;-3)$; $\overrightarrow{MB}=(-3-x;3;-2)$.

M cách đều hai điểm A và B

$\Leftrightarrow MA=MB\Leftrightarrow MA^2=MB^2\Leftrightarrow(1-x)^2+(-2)^2+(-3)^2=(-x-3)^2+(3)^2+(-2)^2\Leftrightarrow x=-1$

Vậy: $M(-1;0;0)$.

Cách 2: Ta thấy ngay hoặc đáp án A hoặc đáp án C đúng.
Từ đáp án A và C ta tính : MA, MB và được đáp án đúng là C.

Câu 128: [2H3-3.14-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho $MA^2+MB^2=28$.

A. $M(1;0;-4)$. **B.** $M(-1;0;4)$. **C.** $M(1;0;4)$. **D.** $M(-1;0;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$M\in d\Rightarrow M(1-t;-2+t;2t)$

$MA^2=t^2+(6-t)^2+(2-2t)^2=6t^2-20t+40$

$MB^2=(t-2)^2+(4-t)^2+(4-2t)^2=6t^2-28t+36$

Theo bài ra: $MA^2+MB^2=28 \Leftrightarrow 12t^2-48t+76=28 \ \Leftrightarrow t^2-4t+4=0 \Leftrightarrow t=2$

Vậy $M(-1;0;4)$.

Câu 129: **[2H3-3.14-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(-3;3;-2)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox sao cho M cách đều hai điểm A và B.

A. $M(1;\ 0;\ 0)$. **B.** $M(0;\ -1;\ 0)$. **C.** $M(-1;\ 0;\ 0)$. **D.** $M(0;\ 1;\ 0)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Cách 1: Gọi $M(x;0;0)\in Ox$

Ta có: $\overrightarrow{MA}=(1-x;-2;-3)$; $\overrightarrow{MB}=(-3-x;3;-2)$.

M cách đều hai điểm A và B

$\Leftrightarrow MA=MB \ \Leftrightarrow MA^2=MB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2+(-2)^2+(-3)^2=(-x-3)^2+(3)^2+(-2)^2 \Leftrightarrow x=-1$

Vậy: $M(-1;0;0)$.

Cách 2: Ta thấy ngay hoặc đáp án A hoặc đáp án C đúng.

Từ đáp án A và C ta tính : MA, MB và được đáp án đúng là C.

Câu 130: [2H3-3.14-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho $MA^2+MB^2=28$.

A. $M(1;0;-4)$. **B.** $M(-1;0;4)$. **C.** $M(1;0;4)$. **D.** $M(-1;0;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$M\in d \Rightarrow M(1-t;-2+t;2t)$

$MA^2=t^2+(6-t)^2+(2-2t)^2=6t^2-20t+40$

$MB^2=(t-2)^2+(4-t)^2+(4-2t)^2=6t^2-28t+36$

Theo bài ra: $MA^2+MB^2=28 \Leftrightarrow 12t^2-48t+76=28 \ \Leftrightarrow t^2-4t+4=0 \Leftrightarrow t=2$

Vậy $M(-1;0;4)$.

Câu 131: [2H3-3.14-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-1;4;1)$, đường chéo $BD:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$, đỉnh C thuộc mặt phẳng $(\alpha):x+2y+z-4=0$. Tìm tọa độ điểm C.

A. $C(1;3;-3)$. **B.** $C(-1;3;-1)$. **C.** $C(3;2;-3)$. **D.** $C(-2;3;0)$.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử $BD\cap AC=I$ suy ra $I(2+t;2-t;-3-2t)$. Suy ra $C(5+2t;-2t;-7-4t)$.

Do $C\in(\alpha)\Leftrightarrow 5+2t-4t-7-4t-4=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow C(3;2;-3)$.

Câu 132: **[2H3-3.14-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;6)$, $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Hỏi Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(7;13;5)$. **B.** $M(3;4;3)$. **C.** $M(-1;-2;1)$. **D.** $M(-3;-5;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dề dàng có phương trình mp(ABC) là $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 2x+3y+z-6=0$ và có $D\in(ABC)$.

Do $d(A,\Delta)\le AD$; $d(B,\Delta)\le BD$; $d(C,\Delta)\le CD$; và dấu bằng của 3 bất đẳng thức đạt được khi $\Delta\perp(ABC)$.

Vậy vtcp của Δ là vtpt của mp(ABC) là $\vec{u}=(2;3;1)$.

Phương trình $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-1}{1}$.

Vậy $M(-3;-5;-1)\in\Delta$.

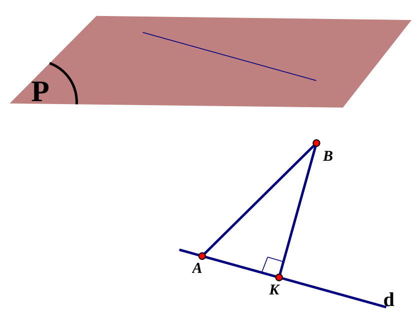
Câu 133: [2H3-3.15-3]Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+2=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d lớn nhất

A. $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-2}$. **B.** $d: \frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

C. $d: \frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$. **D.** $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có : $BK=d(B,d)\le AB$

Để $\max d(B,d)\Leftrightarrow K\equiv A\Rightarrow AB\perp d$

Gọi $\overrightarrow{u_d}$ là VTCP của d

Ta có : $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{AB}\right]=(2;2;-2)=2(1;1;-1)$

Do $A\in$ $d: \frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$

Vậy phương trình chính tắc của d : $\frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$

Câu 134: **[2H3-3.15-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $a:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$; $b:\frac{x+1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-y-z=0$. Viết phương trình của đường thẳng d song song với (P), cắt a và b lần lượt tại M và N mà $MN=\sqrt{2}$.

A. $d:\frac{7x+4}{3}=\frac{7y-4}{8}=\frac{7z+8}{-5}$.

B. $\frac{7x-4}{3}=\frac{7y-4}{8}=\frac{7z+8}{-5}$.

C. $d:\frac{7x-1}{3}=\frac{7y+4}{8}=\frac{7z+8}{-5}$.

D. $d:\frac{7x-4}{3}=\frac{7y+4}{8}=\frac{7z+8}{-5}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M(t;t;-2t)$ và $N(-1-2t',t',-1-t')$. Suy ra $\overrightarrow{MN}=(-1-2t'-t;t'-t;-1-t'+2t)$.

Do đường thẳng d song song với (P) nên $-1-2t'-t-t'+t+1+t'-2t=0 \Leftrightarrow t=-t'$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}=(-1+t;-2t;-1+3t) \Rightarrow MN=\sqrt{14t^2-8t+2}$.

Ta có $MN=\sqrt{2} \Leftrightarrow 14t^2-8t+2=2 \Leftrightarrow t=0 \vee t=\frac{4}{7}$.

Với $t=0$ thì $\overrightarrow{MN}=(-1;0;-1)$ (loại do không có đáp án thỏa mãn)

Với $t=\frac{4}{7}$ thì $\overrightarrow{MN}=\left(-\frac{3}{7};-\frac{8}{7};\frac{5}{7}\right)=-\frac{1}{7}(3;8;-5)$ và $M\left(\frac{4}{7};\frac{4}{7};-\frac{8}{7}\right)$

Vậy $\frac{x-\frac{4}{7}}{3}=\frac{y-\frac{4}{7}}{8}=\frac{z+\frac{8}{7}}{-5} \Leftrightarrow \frac{7x-4}{3}=\frac{7y-4}{8}=\frac{7z+8}{-5}$.

Câu 135: [2H3-3.15-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều 2 điểm A và B.

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Lấy điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng d do M cách đều A và B nên M thuộc mặt phẳng trung trực của AB. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Ta có mặt phẳng trung trực (Q) của AB đi qua $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;0)$ nên phương trình tổng quát của mặt phẳng (Q) là

$-3\left(x-\frac{3}{2}\right)-1\left(y-\frac{5}{2}\right)+0(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x+y-7=0$.

Do đó đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Q).

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z-7=0 \\ 3x+y-7=0 \end{cases}$

Cho $x=0 \Rightarrow \begin{cases} y=7 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow C(0;7;0) \in d$.

Cho $x=1 \Rightarrow \begin{cases} y=4 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow D(1;4;2) \in d$

Đường thẳng đi qua $C(0;7;0)$ và nhận vecto $\overrightarrow{CD}=(1;-3;2)$ làm vecto chỉ phương nên phương trình tham số đường thẳng là $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 136: **[2H3-3.15-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d_1: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ và $d_2: \begin{cases} x=-3+3t \\ y=5-t \\ z=2t \end{cases}$

Mặt phẳng tọa độ Oxz cắt các đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại các điểm A, B. Diện tích tam giác OAB là

A. 5. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 55.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giao điểm của đường thẳng d_1 và mặt phẳng Oxz là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{2} \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{z+1}{2}=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=0 \\ z=-5 \end{cases} \Rightarrow A(-5;0;-5).$$

Giao điểm của đường thẳng d_1 và mặt phẳng Oxz là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x=-3+3t \\ y=5-t \\ z=2t \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=5 \\ x=12 \\ y=0 \\ z=10 \end{cases} \Rightarrow B(12;0;10).$$

Ta có: $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(0;-10;0)$.

Vậy diện tích tam giác OAB là $S=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|=5$.

Câu 137: **[2H3-3.15-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Xét mặt phẳng $(P): m^2x-2y+mz+1=0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P).

A. $m=1$ và $m=-2$. **B.** $m=-2$.

C. $m=1$. **D.** $m=-1$ và $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;1)$ và qua $A(0;1;1)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(m^2;-2;m)$

Để $\Delta\subset(P)$ thì $\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}\\ A\in(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2+m=0\\ m^2.0-2.1+m.1+1=0\end{cases}\Leftrightarrow m=1$.

Câu 138: **[2H3-3.15-3]** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+ay+bz-1=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{-1}$. Biết rằng $(\alpha)\,//\,\Delta$ và (α) tạo với các trục $Ox,\ Oz$ các góc giống nhau. Tìm giá trị của a.

A. $a=-1$ hoặc $a=1$. **B.** $a=2$ hoặc $a=0$. **C.** $a=0$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\begin{cases}\vec{u}_\Delta=(1;-1;-1)\\ \vec{n}_{(\alpha)}=(1;a;b)\end{cases}$ mà $(\alpha)//\Delta\Rightarrow\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{u}_\Delta=0\Leftrightarrow1-a-b=0\Leftrightarrow a+b=1\ (*)$.

Mặt khác (α) tạo với các trục $Ox,\ Oz$ suy ra $\sin\left(\vec{n}_{(\alpha)};\vec{i}\right)=\sin\left(\vec{n}_{(\alpha)};\vec{k}\right)$ với $\begin{cases}\vec{i}=(1;0;0)\\ \vec{k}=(0;0;1)\end{cases}$

$\Rightarrow\frac{\left|\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{i}\right|}{\left|\vec{n}_{(\alpha)}\right|\left|\vec{i}\right|}=\frac{\left|\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}_{(\alpha)}\right|\left|\vec{k}\right|}\Leftrightarrow\frac{1}{1}=\frac{|b|}{1}\Leftrightarrow b=\pm1$, thế vào $(*)$, ta được $\left[\begin{array}{l}a=2\\ a=0\end{array}\right.$.

Tuy nhiên khi $a=0\Rightarrow(\alpha):x+z-1=0$ chứa đường thẳng Δ suy ra nhận $a=2$.

Câu 139: **[2H3-3.15-3]**Cho mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$, đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ và điểm $A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+2}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-2}{2}$. **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{-1}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử Δ cắt d tại $M(-1+2t;t;2+t)\Rightarrow N(3-2t;-2-t;2-t)$ do A là trung điểm của MN.

Do $N\in(P):x+y-2z+5=0\Rightarrow t=2\Rightarrow M(3;2;4)\Rightarrow\overrightarrow{AM}(2;3;2)$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, M là $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$

Phần 4: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Câu 1: [2H3-4.1-3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2-2mx+6y-4z-m^2+8m=0$ m là tham số thực). Tìm các giá trị của m để mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất.

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

(S) có tâm $I(m-3;2)$, bán kính $R=\sqrt{m^2+(-3)^2+2^2+m^2-8m}=\sqrt{2(m-2)^2+5}\ge\sqrt{5}$

R đạt giá trị nhỏ nhất là $R=\sqrt{5}$ khi $m=2$.

Câu 2: [2H3-4.1-3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2-2mx+6y-4z-m^2+8m=0$ m là tham số thực). Tìm các giá trị của m để mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất.

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

(S) có tâm $I(m-3;2)$, bán kính $R=\sqrt{m^2+(-3)^2+2^2+m^2-8m}=\sqrt{2(m-2)^2+5}\ge\sqrt{5}$

R đạt giá trị nhỏ nhất là $R=\sqrt{5}$ khi $m=2$.

Câu 3: [2H3-4.1-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;3)$ trong đó *a*, *b* là các số thực dương thỏa mãn $a+b=2$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Biết rằng khi *a*, *b* thay đổi thì điểm *I* luôn thuộc một đường thẳng Δ cố định. Viết phương trình đường thẳng Δ.

A. $\Delta:\begin{cases}x=t\\ y=2-t\\ z=\dfrac{3}{2}\end{cases};\ t\in\mathbb{R}$.

B. $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\ y=t\\ z=\dfrac{3}{2}\end{cases};\ t\in\mathbb{R}$.

C. $\Delta:\begin{cases}x=t\\ y=2+t\\ z=3\end{cases};\ t\in\mathbb{R}$.

D. $\Delta:\begin{cases}x=t\\ y=1+t\\ z=3\end{cases};\ t\in\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;3)$ nên tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $I\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2};\dfrac{3}{2}\right)$

Theo đề ta có $a+b=2 \Rightarrow a=2-b$ nên $I\left(\frac{2-b}{2};\frac{b}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Cho $b=1 \Rightarrow I_1\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right) \in \Delta$, $b=\frac{1}{2} \Rightarrow I_2\left(\frac{3}{4};\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right) \in \Delta$, $\overrightarrow{I_1I_2}=\left(\frac{1}{4};-\frac{1}{4};0\right)$

Do đó Δ đi qua I_1 và có vtcp $\vec{u}=(1;-1;0)$ nên có phương trình $\begin{cases} x=\frac{1}{2}+t \\ y=\frac{1}{2}-t \\ z=\frac{3}{2} \end{cases}$

tức là đường thẳng $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=\frac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 4: **[2H3-4.3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(2;-3;2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-5=0$?

A. $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=2$.

C. $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$d(I,(P))=\frac{|6|}{3}=2=R$

Câu 5: **[2H3-4.3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;6;2)$, $B(5;1;3)$, $C(4;0;6)$, $D(5;0;4)$. Viết phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC).

A. $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=\frac{2}{223}$. **B.** $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=\frac{4}{\sqrt{446}}$.

C. $(x+5)^2+y^2+(z+4)^2=\frac{8}{223}$. **D.** $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=\frac{8}{223}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-5;1)$ và $\overrightarrow{AC}=(3;-6;4)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-14;-13;-9)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$-14(x-1)-13(y-6)-9(z-2)=0 \Leftrightarrow 14x+13y+9z-110=0$.

Do đó $R=d\left(D,(ABC)\right)=\dfrac{|14.5+13.0+9.4-110|}{\sqrt{14^2+13^2+9^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{446}}$.

Phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=\dfrac{8}{223}$.

Câu 6: [2H3-4.3-3]Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$ và 2 mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có phương trình $x+2y+2z+3=0; x+2y+2z+7=0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng d, tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=\dfrac{4}{9}$.

B. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=\dfrac{4}{9}$.

C. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\dfrac{4}{9}$.

D. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\dfrac{4}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $I(t;-1;-t)\in d$.

Do (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) ta có:

$$d_{(I,(P))}=d_{(I,(Q))} \Leftrightarrow \frac{|t-2-2t+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{|t-2-2t+7|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} \Leftrightarrow t=3.$$

(S) có $\begin{cases} I(3;-1;-3) \\ R=\dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow (S):(x-3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\dfrac{4}{9}$.

Câu 7: **[2H3-4.3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+3\left(\sqrt{2}-1\right)=0$. Viết phương trình mặt cầu nằm trong phần không gian có $x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0$, tiếp xúc với các trục $Ox,\ Oy,\ Oz$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $x^2+y^2+z^2-2(x+y+z)-1=0.$

B. $x^2+y^2+z^2-2(x+y+z)+\sqrt{2}=0.$

C. $x^2+y^2+z^2-2(x+y+z)-\sqrt{2}=0.$

D. $x^2+y^2+z^2-2(x+y+z)+1=0.$

Lời giải. Gọi tâm mặt cầu cần tìm là $I(a,b,c)$ với $a\ge 0; b\ge 0; c\ge 0$.

Chân đường vuông góc hạ từ I đến các trục $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt là $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Mặt cầu tiếp xúc với các trục $Ox,\ Oy,\ Oz$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên ta có:

$$IA = IB = IC = d\left[I,(P)\right] \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{b^2+c^2} = \sqrt{a^2+c^2} \\ \sqrt{a^2+c^2} = \sqrt{a^2+b^2} \\ \sqrt{a^2+b^2} = \dfrac{\left|2a-b+2c+3\left(\sqrt{2}-1\right)\right|}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2+c^2 = a^2+c^2 \\ a^2+c^2 = a^2+b^2 \\ 9\left(a^2+b^2\right) = \left[2a-b+2c+3\left(\sqrt{2}-1\right)\right]^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ 18a^2 = 9\left(a+\sqrt{2}-1\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ \sqrt{2}a = a+\sqrt{2}-1 \end{cases} \left(\text{do } a,\ b,\ c \ge 0\right) \Leftrightarrow a = b = c = 1.$$

Khi đó bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{2}$.

Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$

hay $x^2 + y^2 + z^2 - 2(x+y+z) + 1 = 0$. **Chọn D.**

Cách giải nhanh. Nhận thấy 4 đáp án đều có tâm $I(1;1;1) \longrightarrow R = d\left[I,(P)\right] = \sqrt{2}$.

Câu 8: [2H3-2.11-3]Câu 49*. [2H3-2.11-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại $A,\ B,\ C$ thỏa mãn $OA = OB = OC > 0$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải. Giả sử $\begin{cases} (P)\cap Ox = A(a;0;0) \\ (P)\cap Oy = B(0;b;0) \\ (P)\cap Oz = C(0;0;c) \end{cases} \longrightarrow (P): \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1.$

- (P) đi qua $M(1;-3;2) \longrightarrow \dfrac{1}{a} - \dfrac{3}{b} + \dfrac{2}{c} = 1.$
- $OA = OB = OC \longrightarrow |a| = |b| = |c|.$

Ta có hệ $\begin{cases} \dfrac{1}{a} - \dfrac{3}{b} + \dfrac{2}{c} = 1 \\ |a| = |b| = |c| \end{cases}$. Hệ có 3 nghiệm nên có 3 mặt phẳng (P) thỏa yêu cầu. **Chọn C.**

Cụ thể các trường hợp đó là

* $a,\ b,\ c$ dùng dấu $\longrightarrow a = b = c$: không thỏa mãn.

* Một trong ba số $a,\ b,\ c$ khác dấu với hai số còn lại $\longrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b = -c \\ a = -b = c \\ -a = b = c \end{array} \right.$.

Nhận xét. Do tọa độ của điểm M đặc biệt nên trường hợp $a = b = c$ không thỏa mãn. Nếu không đặc biệt thì kết quả bài này có 4 mặt phẳng.

Câu 9: [2H3-2.11-4]Câu 50*. [2H3-2.11-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt các tia $Ox,\ Oy,\ Oz$ tương ứng tại $A,\ B,\ C$. Tính giá trị của biểu thức $T = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2}$.

A. $T = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $T = \dfrac{1}{3}$. **C.** $T = \dfrac{1}{9}$. **D.** $T = \sqrt{3}$.

Lời giải. Gọi $\begin{cases} (\alpha)\cap Ox = A(a;0;0) \\ (\alpha)\cap Oy = B(0;b;0) \\ (\alpha)\cap Oz = C(0;0;c) \end{cases} \longrightarrow (\alpha): \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$ hay $(\alpha): \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} - 1 = 0.$

Mặt cầu (S) có tâm $I = (0;0;0)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

Do (α) tiếp xúc với (S) nên $d\left[I,(\alpha)\right] = R \Leftrightarrow \dfrac{|-1|}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}.$

Suy ra $T=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{3}$. **Chọn B.**

Cách trắc nghiệm. Do bài toán đúng với mọi nên ta chọn một trường hợp đặc biệt. Chọn điểm $M(1;1;1)$ thuộc (S).

Khi đó mặt phẳng (α) thỏa mãn bài toán sẽ đi qua M và nhận $\overrightarrow{OM}$ làm một VTPT nên có phương trình $(\alpha): x+y+z-3=0$.

Suy ra $\begin{cases}(\alpha)\cap Ox=A3(a;0;0)\\(\alpha)\cap Oy=B(0;3;0)\\(\alpha)\cap Oz=C(0;0;3)\end{cases}\longrightarrow T=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$.

Câu 10: **[2H3-4.3-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho (α) là mặt phẳng qua đường thẳng $\Delta:\frac{x-4}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-4}$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$. Khi đó (α) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $3x-y+2z=0$. **B.** $-2x+2y-z-5=0$.

C. $x+y+z=0$. **D.** $x+3y+z=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$\Delta:\frac{x-4}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-4}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3y-4=0\\4y+z+4=0\end{cases}$

(α) qua đường thẳng Δ nên có pt dạng: $a(x-3y-4)+b(4y+z+4)=0$ với $a^2+b^2\neq 0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và bán kính $R=3$

(α) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I,(\alpha))=R\Leftrightarrow\frac{|8a-7b|}{\sqrt{a^2+(4b-3a)^2+b^2}}=3$

$\Leftrightarrow(a-2b)^2=0\Leftrightarrow a=2b$. Chọn $a=2\Rightarrow b=1$.

$\Leftrightarrow 2x-2y+z-4=0$.

Câu 11: [2H3-4.3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;-1;-6)$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-2}$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn chứa đường thẳng Δ; (S) là mặt cầu có tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) sao cho mặt cầu (S) có bán kính lớn nhất. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=3\sqrt{2}$. **B.** $R=5$. **C.** $R=2\sqrt{3}$. **D.** $R=2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi H là hình chiếu của I lên Δ

Ta có: $IH=d(I,\Delta)\geq d(I,(P))$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa I và vuông góc Δ.

Ta tìm được $(\alpha): x+2y-2z-12=0$

Tọa độ H là giao điểm của (α) và (Δ) nên là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=-1-2t \\ x+2y-2z-12=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ x=2 \\ y=2 \\ z=-3 \end{cases}$$

Vậy: $H(2;2;-3)$

Bán kính $R=IH=\sqrt{0^2+3^2+3^2}=3\sqrt{2}$.

Câu 12: **[2H3-4.3-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;8;2)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$ và điểm $B(9;-7;23)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A tiếp xúc với (S) sao cho khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất. Giả sử $\vec{n}=(1;m;n)$ là một vecto pháp tuyến của (P). Khi đó

A. $m.n=2$. **B.** $m.n=-2$. **C.** $m.n=4$. **D.** $m.n=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) qua A có dạng $a(x-0)+b(y-8)+c(z-2)=0 \Leftrightarrow ax+by+cz-8b-2c=0$
.

Điều kiện tiếp xúc:

$$d(I;(P))=6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|5a-3b+7c-8b-2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|5a-11b+5c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=6\sqrt{2}\,.\ (*)$$

Mà $d(B;(P))=\dfrac{|9a-7b+23c-8b-2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|9a-15b+21c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

$$=\frac{|5a-11b+5c+4(a-b+4c)|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \le$$

$$\le \frac{|5a-11b+5c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}+4\frac{|a-b+4c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \le 6\sqrt{2}+4\frac{\sqrt{1^2+(-1)^2+4^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=18\sqrt{2}\,.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{a}{1}=\dfrac{b}{-1}=\dfrac{c}{4}$. Chọn $a=1;b=-1;c=4$ thỏa mãn (*).

Khi đó $(P):x-y+4z=0$. Suy ra $m=-1;n=4$. Suy ra: $m.n=-4$.

Câu 13: [2H3-4.3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho biết đường cong (ω) là tập hợp tâm của các mặt cầu đi qua điểm $A(1;1;1)$ đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-6=0$ và $(\beta):x+y+z+6=0$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong (ω) bằng

A. 45π. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** 9π. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

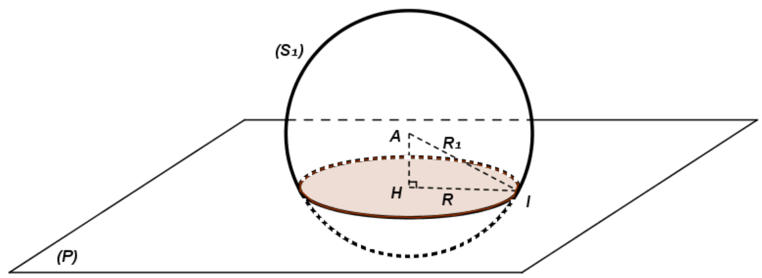
Gọi (S) là một mặt cầu thỏa đề bài, với tâm $I(x;y;z)$. Theo bài ra, ta có $IA = d(I;(\alpha)) = d(I;(\beta))$. Mà

$$d(I;(\alpha)) = d(I;(\beta)) \Leftrightarrow |x+y+z-6| = |x+y+z+6|$$
$$\Leftrightarrow x+y+z=0.$$

Vậy tâm của các mặt cầu thỏa đề bài sẽ nằm trên mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ và $d(A,(P)) = AH = \sqrt{3}$.

Vì $(\alpha)//(\beta)$ nên $IA = \dfrac{d((\alpha);(\beta))}{2} = 2\sqrt{3}$. Từ đó $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 12$. Vậy điểm $I(x;y;z)$ thuộc mặt cầu $(S_1): (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 12$.

$\Rightarrow$ Tập hợp tâm của mặt cầu (S) là giao tuyến của mặt cầu (S_1) và mặt phẳng (P) hay chính là đường tròn tâm H có bán kính $R = \sqrt{R^2_{(S_1)} - d^2(A;(P))} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 3.$



Vậy diện tích của hình phẳng cần tính là $S = \pi R^2 = 9\pi$.

Câu 14: **[2H3-4.3-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;8;2)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(S): (x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2 = 72$ và điểm $B(9;-7;23)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A tiếp xúc với (S) sao cho khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất. Giả sử $\vec{n} = (1;m;n)$ là một vecto pháp tuyến của (P). Khi đó

A. $m.n = 2$. **B.** $m.n = -2$. **C.** $m.n = 4$. **D.** $m.n = -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) qua A có dạng $a(x-0)+b(y-8)+c(z-2)=0 \Leftrightarrow ax+by+cz-8b-2c=0$.

Điều kiện tiếp xúc:

$$d(I;(P)) = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|5a-3b+7c-8b-2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|5a-11b+5c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 6\sqrt{2}. \ (*)$$

Mà $d(B;(P)) = \dfrac{|9a-7b+23c-8b-2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \dfrac{|9a-15b+21c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

$$= \frac{|5a-11b+5c+4(a-b+4c)|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \le$$

$$\le \frac{|5a-11b+5c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} + 4\frac{|a-b+4c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \le 6\sqrt{2} + 4\frac{\sqrt{1^2+(-1)^2+4^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 18\sqrt{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{a}{1}=\frac{b}{-1}=\frac{c}{4}$. Chọn $a=1; b=-1; c=4$ thỏa mãn (*).

Khi đó $(P): x-y+4z=0$. Suy ra $m=-1; n=4$. Suy ra: $m.n=-4$.

Câu 15: [2H3-4.3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho biết đường cong (ω) là tập hợp tâm của các mặt cầu đi qua điểm $A(1;1;1)$ đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0$ và $(\beta): x+y+z+6=0$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong (ω) bằng

A. 45π. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** 9π. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

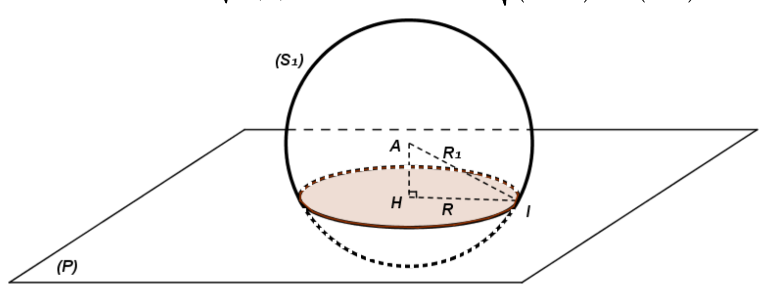
Gọi (S) là một mặt cầu thỏa đề bài, với tâm $I(x;y;z)$. Theo bài ra, ta có $IA=d(I;(\alpha))=d(I;(\beta))$. Mà

$$d(I;(\alpha))=d(I;(\beta)) \Leftrightarrow |x+y+z-6|=|x+y+z+6|$$
$$\Leftrightarrow x+y+z=0.$$

Vậy tâm của các mặt cầu thỏa đề bài sẽ nằm trên mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ và $d(A,(P))=AH=\sqrt{3}$.

Vì $(\alpha)//(\beta)$ nên $IA=\frac{d((\alpha);(\beta))}{2}=2\sqrt{3}$. Từ đó $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12$. Vậy điểm $I(x;y;z)$ thuộc mặt cầu $(S_1): (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12$.

$\Rightarrow$ Tập hợp tâm của mặt cầu (S) là giao tuyến của mặt cầu (S_1) và mặt phẳng (P) hay chính là đường tròn tâm H có bán kính $R=\sqrt{R_{(S_1)}^2-d^2(A;(P))}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=3$.



Vậy diện tích của hình phẳng cần tính là $S=\pi R^2=9\pi$.

Câu 16: [2H3-4.3-4]Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 9, 10, 13. Tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó là

A. 64. **B.** 34. **C.** 32. **D.** 16.

Giải

Chọn A.

Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ gắn với góc tường và các trục là các cạnh góc nhà. Do hai quả cầu đều tiếp xúc với các bức tường và nền nhà nên tương ứng tiếp xúc với ba mặt phẳng toạ độ, vậy tâm cầu sẽ có toạ độ là $I\left(a;a;a\right)$ với $a>0$ và có bán kính $R=a$.

Do tồn tại một điểm trên quả bóng có khoảng cách đến các bức tường và nền nhà lần lượt là 9, 10, 11 nên nói cách khác điểm $A\left(9;10;13\right)$ thuộc mặt cầu.

Từ đó ta có phương trình: $\left(9-a\right)^2+\left(10-a\right)^2+\left(13-a\right)^2=a^2$.

Giải phương trình ta được nghiệm $a=7$ hoặc $a=25$.

Vậy có 2 mặt cầu thoả mãn bài toán và tổng độ dài đường kính là $2\left(7+25\right)=64$.

----------HẾT----------

Câu 17: **[2H3-4.3-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và mặt cầu $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-1\right)^2=2$. Hai mặt phẳng $\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$ chứa d và tiếp xúc với $\left(S\right)$. Gọi M, N là tiếp điểm. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

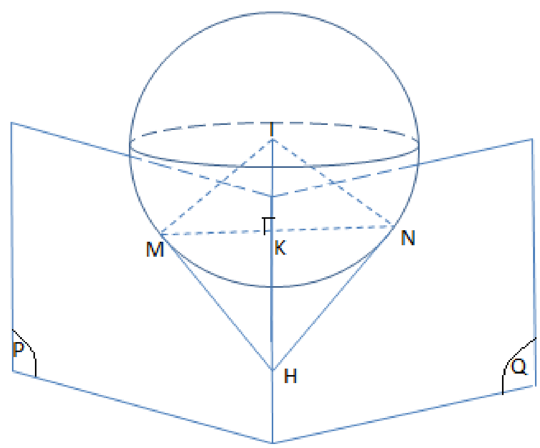
A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B .

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(1;2;1\right), R=\sqrt{2}$

Đường thẳng d nhận $\vec{u}=\left(2;-1;4\right)$ làm vectơ chỉ phương



Gọi H là hình chiếu của I lên đường thẳng d .

$H\in d\Leftrightarrow H\left(2t+2;-t;4t\right)$

Lại có :

$\overrightarrow{IH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow\left(2t+1;-t-2;4t-1\right).\left(2;-1;4\right)=0$

$\Leftrightarrow 2\left(2t+1\right)+t+2+4\left(4t-1\right)=0\Leftrightarrow t=0$

Suy ra tọa độ điểm $H\left(2;0;0\right)$.

Vậy $IH=\sqrt{1+4+1}=\sqrt{6}$

Suy ra: $HM=\sqrt{6-2}=2$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng HI.

Suy ra: $\dfrac{1}{MK^2}=\dfrac{1}{MH^2}+\dfrac{1}{MI^2}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{4}$.

Suy ra: $MK=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\Rightarrow MN=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

Câu 18: [2H3-4.5-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(0;3;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-3t\\z=3-t\end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc d và đi qua hai điểm A, B.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$.

B. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=29$.

C. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=29$.

D. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=29$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R.

Vì $I\in d\Rightarrow I(1+2t;2-3t;3-t)$

Vì hai điểm A, B cùng thuộc (S) nên: $IA=IB=R$

$\Leftrightarrow IA^2=IB^2\Leftrightarrow(-2t)^2+(3t)^2+(-5+t)^2=(-1-2t)^2+(1+3t)^2+(1+t)^2\Leftrightarrow 22t=22\Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow I(3;-1;2)$ và $R=IA=\sqrt{29}$

Vậy: $(S):(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=29$.

Câu 19: [2H3-4.5-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(0;3;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-3t\\z=3-t\end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc d và đi qua hai điểm A, B.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$.

B. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=29$.

C. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=29$.

D. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=29$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R.

Vì $I\in d\Rightarrow I(1+2t;2-3t;3-t)$

Vì hai điểm A, B cùng thuộc (S) nên: $IA=IB=R$

$\Leftrightarrow IA^2=IB^2\Leftrightarrow(-2t)^2+(3t)^2+(-5+t)^2=(-1-2t)^2+(1+3t)^2+(1+t)^2\Leftrightarrow 22t=22\Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow I(3;-1;2)$ và $R=IA=\sqrt{29}$

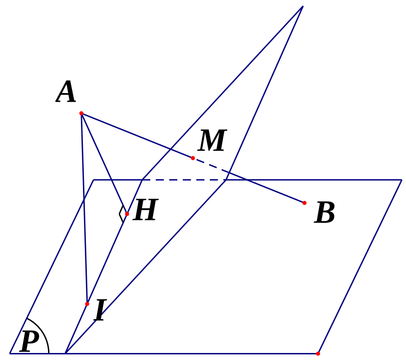
Vậy: $(S):(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=29$.

Câu 20: [2H3-4.5-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét các mặt cầu (S) có tâm I thuộc mặt phẳng $(P):x-y+4=0$ và đi qua hai điểm $A(0;0;2)$, $B(0;2;0)$. Giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu (S) là

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên tâm I nằm trên (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm $M(0;1;1)$ của AB và có vtpt $\vec{n}_\alpha = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (0;1;-1)$ nên có phương trình $y - z = 0$.

Mặt khác I thuộc mặt phẳng (P) nên I nằm trên giao tuyến Δ của (α) và (P).

Đường thẳng Δ đi qua điểm $C(-4;0;0)$ và có vtcp $\vec{u} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_\alpha}\right] = (1;1;1)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên d. Khi đó ta có $IA \geq HA$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu (S) là $R = HA = d(A,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{MA}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = 2\sqrt{2}.$

Câu 21: [2H3-4.6-3] Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$ cắt mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$ theo một đường tròn có tọa độ tâm là

A. $(1;1;-2)$. **B.** $(1;-2;1)$. **C.** $(-2;1;1)$. **D.** $(-1;-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có (S) có tâm $I(-1;2;2)$.

Tâm H của đường tròn thiết diện là hình chiếu của tâm I xuống mặt phẳng (P).

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với mp (P).

Phương trình $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+t \\ z=2+t \\ x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \\ z=1 \\ t=-1 \end{cases} \Rightarrow H(-2;1;1)$.

Câu 22: [2H3-4.6-3] Trong không gian $Oxyz,$ viết phương trình mặt cầu có tâm là $I(-1;0;1)$ và cắt mặt phẳng $x+2y+2z+17=0$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 16π.

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=81$ **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=100$

C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=10$ **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=64$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Áp dụng công thức SGK hình học 12 là: $r^2=d^2+R^2$

Với r bán kính mặt cầu, d khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng, R bán kính đường tròn giao tuyến.

Ta có: $2\pi R=16\pi \Rightarrow R=8$, $d=d(I,(\alpha))=\dfrac{|-1+2+17|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=6$

Vậy: $r^2=d^2+R^2=8^2+6^2=100$

Câu 23: **[2H3-4.6-3]** Mặt phẳng $(P):2x+2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn này.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** $\sqrt{34}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=5$.

Khoảng cách từ I đến (P) : $d[I;(P)]=3$.

$\Rightarrow$ bán kính đường tròn giao tuyến $r=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Câu 24: **[2H3-4.6-3]** Mặt phẳng $(P):2x+2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn này.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** $\sqrt{34}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=5$.

Khoảng cách từ I đến (P) : $d[I;(P)]=3$.

$\Rightarrow$ bán kính đường tròn giao tuyến $r=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Câu 25: [2H3-4.6-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_m): x^2+y^2+2mx-2(m-1)y-mz+m-2=0$. Với mọi $m\in\mathbb{R}$, mặt cầu (S_m) luôn đi qua một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=3$. **B.** $r=\sqrt{2}$. **C.** $r=\sqrt{3}$. **D.** $r=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm cố định mà mặt cầu (S_m) luôn đi qua với mọi $m\in\mathbb{R}$.

$x^2+y^2+z^2+2mx-2(m-1)y-mz+m-2=0, \forall m\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2y-2+m(2x-2y-z+1)=0, \forall m\in\mathbb{R}$

Suy ra: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2+2y-2=0 & (S_1) \\ 2x-2y-z+1=0 & (\alpha) \end{cases}$.

(S_m) chứa đường tròn (C) là giao tuyến của mặt cầu (S_1) và mặt phẳng (α).

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(0;-1;0)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

$d(I,(\alpha))=\dfrac{|2.0-2.(-1)-0+1|}{\sqrt{2^2+2^2+1}}=1$. $r=\sqrt{R^2-d^2(I,(\alpha))}=\sqrt{3-1}=\sqrt{2}$.

Câu 26: **[2H3-4.6-3]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

A. $(P): 3y-2z=0$. **B.** $(P): 2y-3z=0$.

C. $(P): 2y+3z=0$. **D.** $(P): 3y+2z=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Ox có dạng:

$By+Cz=0\left(B^2+C^2\neq 0\right)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=2$.

Vì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên mặt phẳng (P) đi qua tâm $I(1;2;3)$.

Nên ta có: $2B+3C=0$. Chọn $B=3$ suy ra $C=-2$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): 3y-2z=0$.

Câu 27: [2H3-4.6-3] Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm là $I(-1;0;1)$ và cắt mặt phẳng $x+2y+2z+17=0$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 16π.

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=81$ **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=100$

C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=10$ **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=64$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Áp dụng công thức SGK hình học 12 là: $r^2 = d^2 + R^2$

Với r bán kính mặt cầu, d khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng, R bán kính đường tròn giao tuyến.

Ta có: $2\pi R = 16\pi \Rightarrow R = 8$, $d = d\left(I,(\alpha)\right) = \dfrac{|-1+2+17|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = 6$

Vậy: $r^2 = d^2 + R^2 = 8^2 + 6^2 = 100$

Câu 28: [2H3-4.6-3] Mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn này.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** $\sqrt{34}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=5$.

Khoảng cách từ I đến (P) : $d\left[I;(P)\right]=3$.

$\Rightarrow$ bán kính đường tròn giao tuyến $r=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Câu 29: [2H3-4.6-3] Mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn này.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** $\sqrt{34}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=5$.

Khoảng cách từ I đến (P) : $d\left[I;(P)\right]=3$.

$\Rightarrow$ bán kính đường tròn giao tuyến $r=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Câu 30: [2H3-4.6-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_m): x^2+y^2+2mx-2(m-1)y-mz+m-2=0$. Với mọi $m\in\mathbb{R}$, mặt cầu (S_m) luôn đi qua một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=3$. **B.** $r=\sqrt{2}$. **C.** $r=\sqrt{3}$. **D.** $r=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm cố định mà mặt cầu (S_m) luôn đi qua với mọi $m\in\mathbb{R}$.

$x^2+y^2+z^2+2mx-2(m-1)y-mz+m-2=0, \forall m\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2y-2+m(2x-2y-z+1)=0, \forall m\in\mathbb{R}$

Suy ra: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2+2y-2=0 \ (S_1) \\ 2x-2y-z+1=0 \ (\alpha) \end{cases}$.

(S_m) chứa đường tròn (C) là giao tuyến của mặt cầu (S_1) và mặt phẳng (α).

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(0;-1;0)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

$d(I,(\alpha))=\dfrac{|2.0-2.(-1)-0+1|}{\sqrt{2^2+2^2+1}}=1$. $r=\sqrt{R^2-d^2(I,(\alpha))}=\sqrt{3-1}=\sqrt{2}$.

Câu 31: **[2H3-4.6-3]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

A. $(P):3y-2z=0$. **B.** $(P):2y-3z=0$.

C. $(P):2y+3z=0$. **D.** $(P):3y+2z=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Ox có dạng:

$By+Cz=0\left(B^2+C^2\neq 0\right)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=2$.

Vì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên mặt phẳng (P) đi qua tâm $I(1;2;3)$.

Nên ta có: $2B+3C=0$. Chọn $B=3$ suy ra $C=-2$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P):3y-2z=0$.

Câu 32: **[2H3-4.6-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z+2=0$ và điểm $I(1;-2;1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 4.

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$.

C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=16$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=7$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $d(I,(P))=3$.

Bán kính mặt cầu là: $\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 33: [2H3-4.6-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P):x-y+2z+1=0$ và $(Q):2x+y+z-1=0$. Tìm r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r.

A. $r=\sqrt{2}$ **B.** $r=\sqrt{3}$ **C.** $r=\sqrt{\dfrac{5}{2}}$ **D.** $r=\sqrt{\dfrac{9}{2}}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $I\left(a;0;0\right)$ là tâm mặt cầu

➢Vì $\left(S\right)$ cắt mặt phẳng $\left(P\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên

Bán kính mặt cầu $R^2=2^2+d^2\left(I,(P)\right)\Leftrightarrow R^2=4+\dfrac{(a+1)^2}{6}$ (1)

➢Vì $\left(S\right)$ cắt mặt phẳng $\left(Q\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r nên

Bán kính mặt cầu $R^2=r^2+d^2\left(I,(Q)\right)\Leftrightarrow R^2=r^2+\dfrac{(2a-1)^2}{6}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $4+\dfrac{(a+1)^2}{6}=r^2+\dfrac{(2a-1)^2}{6}\Leftrightarrow a^2-2a+2r^2-8=0\Leftrightarrow\left(a-1\right)^2=9-2r^2$

Khi đó để có một mặt cầu $\left(S\right)$ thỏa yêu cầu bài toán thì $9-2r^2=0\Leftrightarrow r=\sqrt{\dfrac{9}{2}}$

Câu 34: [2H3-4.6-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt phẳng $\left(P\right):x-y+2z+1=0$ và $\left(Q\right):2x+y+z-1=0$. Tìm r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm thuộc trục hoành, đồng thời $\left(S\right)$ cắt mặt phẳng $\left(P\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và $\left(S\right)$ cắt mặt phẳng $\left(Q\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r.

A. $r=\sqrt{2}$ **B.** $r=\sqrt{3}$ **C.** $r=\sqrt{\dfrac{5}{2}}$ **D.** $r=\sqrt{\dfrac{9}{2}}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $I\left(a;0;0\right)$ là tâm mặt cầu

➢Vì $\left(S\right)$ cắt mặt phẳng $\left(P\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên

Bán kính mặt cầu $R^2=2^2+d^2\left(I,(P)\right)\Leftrightarrow R^2=4+\dfrac{(a+1)^2}{6}$ (1)

➢Vì $\left(S\right)$ cắt mặt phẳng $\left(Q\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r nên

Bán kính mặt cầu $R^2=r^2+d^2\left(I,(Q)\right)\Leftrightarrow R^2=r^2+\dfrac{(2a-1)^2}{6}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $4+\dfrac{(a+1)^2}{6}=r^2+\dfrac{(2a-1)^2}{6}\Leftrightarrow a^2-2a+2r^2-8=0\Leftrightarrow\left(a-1\right)^2=9-2r^2$

Khi đó để có một mặt cầu $\left(S\right)$ thỏa yêu cầu bài toán thì $9-2r^2=0\Leftrightarrow r=\sqrt{\dfrac{9}{2}}$

Câu 35: [2H3-4.6-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ và điểm $A(1;1;-1)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc nhau, cắt mặt cầu theo thiết diện là ba hình tròn. Tổng diện tích của ba hình tròn này bằng:

A. 3π. **B.** 4π. **C.** 11π. **D.** 12π.

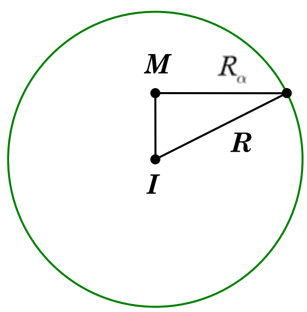
Hướng dẫn giải

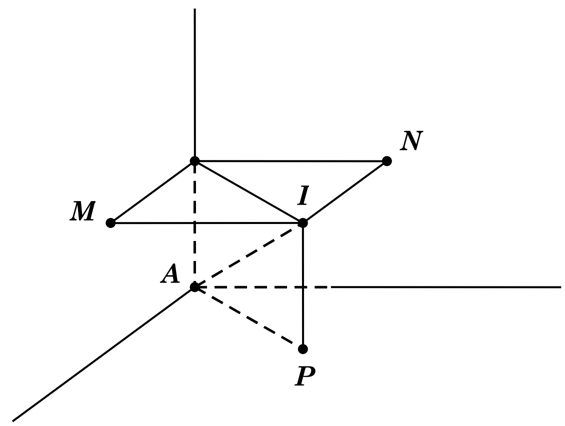
Chọn C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$, bán kính $R=2$.

Gọi ba mặt phẳng đôi một vuông góc thỏa mãn bài toán là (α) ,(β), (γ).

Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên (α) ,(β), (γ). Suy ra M, N, P là tâm của các đường tròn giao tuyến.





Xét đường tròn giao tuyến nằm trong mặt phẳng (α) có: $R_\alpha^2=R^2-IM^2$.

Tương tự, ta có $R_\beta^2=R^2-IN^2$ và $R_\gamma^2=R^2-IP^2$.

Suy ra $R_\alpha^2+R_\beta^2+R_\gamma^2=3R^2-\left[IM^2+IN^2+IP^2\right]=3R^2-IA^2=11$.

Vậy tổng diện tích ba hình tròn: $S=R_\alpha^2\pi+R_\beta^2\pi+R_\gamma^2\pi=\left(R_\alpha^2+R_\beta^2+R_\gamma^2\right)\pi=11\pi$.

Câu 36: [2H3-**4.7**-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y+z+5=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 8π.

A. $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=25$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=5$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=16$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi I là tâm đường tròn (C), khi đó $IA\perp(P)$ $\Rightarrow IA=d\left(A;(P)\right)=3$.

Đường tròn (C) có chu vi bằng 8π. Do đó: $2\pi r=8\pi \Rightarrow r=4$.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) $\Rightarrow R=\sqrt{r^2+IA^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=25$.

Câu 37: [2H3-4.7-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I nằm trên tia Ox, bán kính bằng 3 và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz). Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $x^2+y^2+(z-3)^2=9.$ **B.** $x^2+y^2+(z-3)^2=9.$

C. $(x-3)^2+y^2+z^2=3.$ **D.** $(x-3)^2+y^2+z^2=9.$

Lời giải

Chọn D.

Mặt cầu có tâm thuộc $Ox,$ bán kính $R=3$ nên có tâm $I(3;0;0)$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-3)^2+y^2+z^2=9.$

Câu 38: [2H3-4.8-3] Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-2}$ và $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z}{1}$. Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình:

A. $x^2+y^2+z^2+2x+y-z=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4x+2y-2z=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x-y+z=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-2}$ và $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z}{1}$ lần lượt có hai véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}\left(3;-1;-2\right)$ và $\overrightarrow{u_2}\left(1;3;1\right)$

Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 khi đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng là một đường kính của mặt cầu.

Gọi $A\left(4+3a;1-a;-5-2a\right)\in d_1$ và $B\left(2+b;-3+3b;b\right)\in d_2$, $\overrightarrow{AB}\left(b-3a-2;3b+a-4;b+2a+5\right)$.

AB là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_1}\\ \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0\\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7a+b+6=0\\ 11b+2a-9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=1\end{cases}.$$

Suy ra $A\left(1;2;-3\right)$, $B\left(3;0;1\right)$ và $\overrightarrow{AB}\left(2;-2;4\right)$. Suy ra mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm của là trung điểm của đoạn AB có tọa độ $I\left(2;1;-1\right)$ và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{6}$. Suy ra $\left(S\right)$ có phương trình là

$x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z=0.$

Câu 39: [2H3-4.8-3]Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$ và $D(2;4;6)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=4$ là mặt cầu có phương trình

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=1$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giả sử $M(x;y;z)$.

$\overrightarrow{MA}=(2-x;-y;-z)$, $\overrightarrow{MB}=(-x;4-y;-z)$, $\overrightarrow{MC}=(-x;-y;6-z)$, $\overrightarrow{MD}=(2-x;4-y;6-z)$

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=(4-4x;8-4y;12-4z)$

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=4\Leftrightarrow\sqrt{(4-4x)^2+(8-4y)^2+(12-4z)^2}=4$

$\Leftrightarrow\sqrt{(1-x)^2+(2-y)^2+(3-z)^2}=1\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$.

Cách khác

Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ thì $G(1;2;3)$ và:

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=4\Leftrightarrow4\left|\overrightarrow{MG}\right|=4\Leftrightarrow MG=4$.

Vậy tập hợp các điểm M là mặt cầu tâm $G(1;2;3)$, bán kính bằng 1.

Suy ra phương trình cần tìm là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$.

Câu 40: [2H3-4.8-4] Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x-y+2z+5=0$ và các điểm $A(0;0;4)$, $B(2;0;0)$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất đi qua O, A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có tâm là

A. $I(1;2;2)$. **B.** $I\left(1;-\frac{19}{4};2\right)$. **C.** $I(1;-2;2)$. **D.** $I\left(1;\frac{19}{4};2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra $I(1;0;2)$. Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $(OAB)\equiv(Oxz)$, suy ra Δ có phương trình là $\begin{cases}x=1\\y=t\\z=2\end{cases}$. Gọi E là tâm mặt cầu (S) suy ra $E\in\Delta\Rightarrow E(1;t;2)$.

Ta có $EB=\sqrt{t^2+5}$ và $d(E,(P))=\frac{|-t+11|}{3}$.

Khi đó ta có $\sqrt{t^2+5}=\dfrac{|-t+11|}{3} \Leftrightarrow 8t^2+22t-76=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=-\dfrac{19}{4} \end{array}\right.$

Với $t=2 \Rightarrow E(1;2;2) \Rightarrow R=EB=3$.

Với $t=-\dfrac{19}{5} \Rightarrow E\left(1;-\dfrac{19}{4};2\right) \Rightarrow R=EB=\dfrac{\sqrt{441}}{4}>3$.

Câu 41: [2H3-4.10-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình cầu (S): $x^2+y^2+z^2-6x-2y-4z-11=0$ và mặt phẳng $2x+2y+z+2=0$ cắt nhau theo hình tròn (C). Tính diện tích toàn phần của hình nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là hình tròn (C).

A. $V=36\pi$. **B.** $V=24\pi$. **C.** $V=25\pi$. **D.** $V=49\pi$.

Lời giải

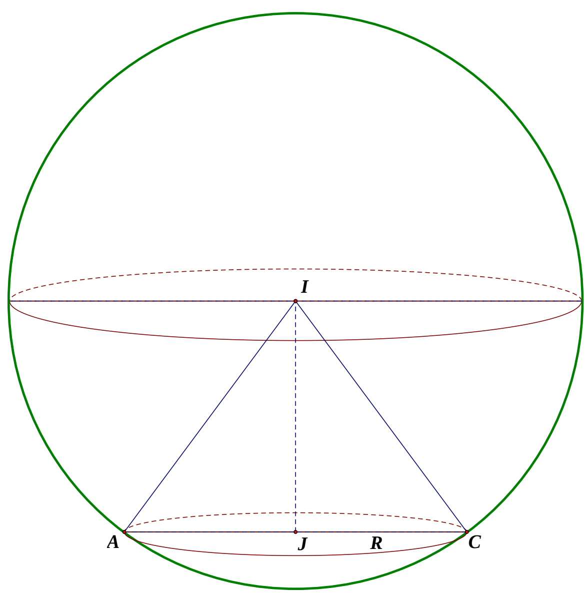
Chọn B.

Ta có (S)có tâm $I(3;1;2)$ và bán kính $r=5$. Khoảng cách từ I đến $(P): 2x+2y+z+2=0$ là $d(I;(P))=\dfrac{|6+2+2+2|}{\sqrt{2^2+2^2+1}}=4$.

Gọi l,h,R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy hình nón.

Ta có: $l=IC=3$, $h=IJ=d(I;(P))=4$, $R=JC=\sqrt{IC^2-IJ^2}=3$.

Diện tích đáy bằng: $S_1=\pi.R^2=9\pi$.



Vậy ta có diện tích toàn phần của khối nón: $S_{tp}=S_{xq}+S_1=\pi.R.l+9\pi=24\pi$.

Câu 42: [2H3-4.10-3]Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Mặt cầu (S) đi qua A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

A. $\sqrt{26}$. **B.** $\sqrt{34}$. **C.** 34. **D.** 26.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tâm I mặt cầu (S) thuộc mặt phẳng (Oxy) nên giả sử $I(x;y;0)$.

Ta có:

$$IA=IB=IC \Leftrightarrow \begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+16}=\sqrt{(x-1)^2+(y+3)^2+1} \\ \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+16}=\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2+9} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+(y-2)^2+16=(x-1)^2+(y+3)^2+1 \\ (x-1)^2+(y-2)^2+16=(x-2)^2+(y-2)^2+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$$

Suy ra $I(-2;1;0)$. Vậy bán kính mặt cầu là $R=IA=\sqrt{26}$.

Câu 43: **[2H3-4.10-3]** Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 9, 10, 13. Tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó là

A. 64. **B.** 34. **C.** 32. **D.** 16.

Giải

Chọn.A.

Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ gắn với góc tường và các trục là các cạnh góc nhà. Do hai quả cầu đều tiếp xúc với các bức tường và nền nhà nên tương ứng tiếp xúc với ba mặt phẳng toạ độ, vậy tâm cầu sẽ có toạ độ là $I(a;a;a)$ với $a>0$ và có bán kính $R=a$.

Do tồn tại một điểm trên quả bóng có khoảng cách đến các bức tường và nền nhà lần lượt là 9, 10, 11 nên nói cách khác điểm $A(9;10;13)$ thuộc mặt cầu. Từ đó ta có phương trình:

$$(9-a)^2+(10-a)^2+(13-a)^2=a^2$$

Giải phương trình ta được nghiệm $a=7$ hoặc $a=25$

Vậy có 2 mặt cầu thoả mãn bài toán và tổng độ dài đường kính là $2(7+25)=64$.

Câu 44: [2H3-4.10-3] Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho $A(1;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ -1;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 1)$, $D(1;\ -1;\ 1)$. Mặt cầu tiếp xúc 6 cạnh tứ diện $ABCD$ cắt (ACD) theo thiết diện có diện tích S. Chọn mệnh đề đúng ?

A. $S=\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $S=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $S=\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $S=\dfrac{\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

Tứ diện $ABCD$ là tứ diện đều nên mặt cầu tiếp xúc với các cạnh có trọng tâm là

$G\left(\frac{1}{2};\ -\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right)$; bán kính $R = AG = \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Phương trình mặt phẳng (ACD) : $x + z - 1 = 0$.

$GH = d\left(G;\ (ACD)\right) = \frac{\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1\right|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Bán kính đường tròn thiết diện : $r = \sqrt{R^2 - GH^2} = \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

Vậy diện tích đường tròn là : $S = \pi r^2 = \frac{\pi}{4}$.

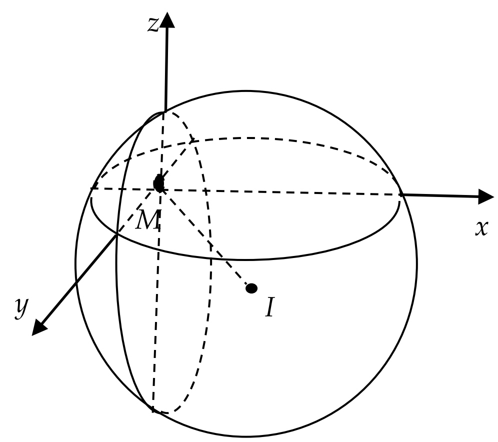
Câu 45: **[2H3-4.10-4]** Cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ và điểm $M(2;-1;-3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua M và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là ba đường tròn. Tổng bình phương của ba bán kính ba đường tròn tương ứng là.

A. 4. **B.** 1. **C.** 10. **D.** 11.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1 :



Ta có mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ có tâm $I(2;-1;-2)$ và bán kính $R = 2$.

Tịnh tiến hệ trục tọa độ lấy M là gốc và trong tọa độ này $I(a;b;c)$

Khi đó $1 = IM \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 1$

Khoảng cách từ I đến ba mặt đôi 1 vuông góc là $|a|,|b|,|c|$.

Do đó tổng bình phương của ba bán kính ba đường tròn tương ứng là

$R^2 - |a|^2 + R^2 - |b|^2 + R^2 - |c|^2 = 3R^2 - \left(a^2 + b^2 + c^2\right) = 11.$

Cách 2:

Gọi α là mặt phẳng đi qua M, I, khi đó α và (S) cắt nhau tạo thành đường tròn bán kính:

$r_\alpha = \sqrt{R_S - IM^2} = \sqrt{3}.$

Gọi β là mặt phẳng đi qua MI và vuông góc với α, khi đó β và (S) cắt nhau tạo thành đường tròn bán kính: $r_\beta = R_S = \sqrt{4} = 2.$

Gọi γ là mặt phẳng đi qua MI và γ vuông góc với α, γ vuông góc với β, khi đó γ và (S) cắt nhau tạo thành đường tròn bán kính: $r_\gamma = R_S = \sqrt{4} = 2.$

Vậy tổng bình phương các bán kính của ba đường tròn : $r_\alpha^{\ 2} + r_\beta^{\ 2} + r_\gamma^{\ 2} = 11.$

Câu 46: **[2H3-4.10-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(3;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x - y - 3 = 0$. Trong các mặt cầu đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc mặt phẳng (P), (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R = 2\sqrt{2}$. **B.** $R = 2\sqrt{3}$. **C.** $R = \sqrt{2}$. **D.** $R = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;0;2)$, gọi H là trung điểm của AB suy ra $H(2;2;2)$.

Gọi I là tâm mặt cầu cần tìm. Vì $I \in (P)$ suy ra: $I(m; m-3; n)$ và $\overrightarrow{HI} = (m-2; m-5; n-2)$

Vì mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên $HI \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{HI}.\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow m + n = 4 \Leftrightarrow n = 4 - m$

Khi đó $\overrightarrow{HI} = (m-2; m-5; 2-m)$

(S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất khi $d(I, AB)$ nhỏ nhất.

Ta có $d(I, AB) = \left|\overrightarrow{HI}\right| = \sqrt{3m^2 - 18m + 33} = \sqrt{3(m^2 - 6m + 9) + 6} \geq \sqrt{6}$

Suy ra $d(I, AB)$ nhỏ nhất là: $\sqrt{6}$.

Khi đó bán kính nhỏ nhất của mặt cầu là: $R = \sqrt{\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{6}\right)^2} = \sqrt{2+6} = 2\sqrt{2}.$

Câu 47: **[2H3-4.10-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) đồng thời đi qua hai điểm A và O sao cho chu vi tam giác OIA bằng $6 + \sqrt{2}$. Khi đó, phương trình mặt cầu (S) là phương trình nào sau đây, biết rằng tâm I có cao độ âm?

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$. **B.** $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 17$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$. **D.** $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $OA = \sqrt{2}$ và $IA = IO$ nên $IA = IO = 3$

Gọi $I(x; -x + z + 3; z) \in (P)$, tọa độ I thỏa hệ:

$$\begin{cases} IO = 3 \\ IA = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (-x + z + 3)^2 + z^2 = 9 \\ (1-x)^2 + (-x + z + 3)^2 + (-1-z)^2 = 9 \end{cases}$$

Ta trừ hai phương trình với nhau và giải hệ ta có: $z = -2$ (do I có cao độ âm)

Vậy $I(-1;2;-2)$ hay $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$.

----------- HẾT -----------

Câu 48: [2H3-4.10-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x-y+2z+1=0$ và $(Q): 2x+y+z-1=0$. Tìm r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r.

A. $r=\sqrt{2}$ **B.** $r=\sqrt{3}$ **C.** $r=\sqrt{\dfrac{5}{2}}$ **D.** $r=\sqrt{\dfrac{9}{2}}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $I(a;0;0)$ là tâm mặt cầu.

➢Vì (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên

Bán kính mặt cầu $R^2=2^2+d^2(I,(P)) \Leftrightarrow R^2=4+\dfrac{(a+1)^2}{6}$ (1)

➢Vì (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r nên

Bán kính mặt cầu $R^2=r^2+d^2(I,(Q)) \Leftrightarrow R^2=r^2+\dfrac{(2a-1)^2}{6}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $4+\dfrac{(a+1)^2}{6}=r^2+\dfrac{(2a-1)^2}{6} \Leftrightarrow a^2-2a+2r^2-8=0 \Leftrightarrow (a-1)^2=9-2r^2$

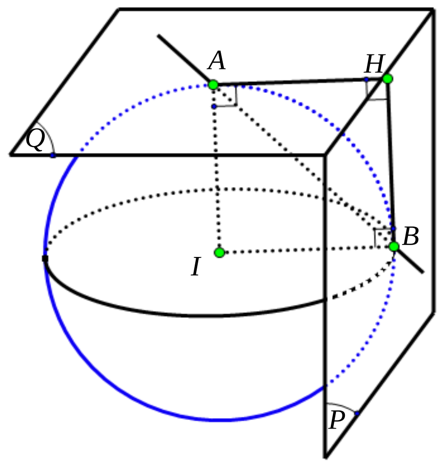
Khi đó để có một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu bài toán thì $9-2r^2=0 \Leftrightarrow r=\sqrt{\dfrac{9}{2}}$.

Câu 49: [2H3-4.10-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B. Biết tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc. Tính độ dài AB.

A. $AB=\dfrac{5}{2}$. **B.** $AB=5$. **C.** $AB=5\sqrt{2}$. **D.** $AB=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;\ 2;\ -1)$, bán kính $R=5$. Tiếp diện (P) và (Q) của (S) lần lượt tại A và B vuông góc với nhau suy ra tứ giác $IAHB$ là hình vuông. Vậy $AB=R\sqrt{2}=5\sqrt{2}$.

Câu 50: [2H3-4.10-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho biết đường cong (ω) là tập hợp tâm của các mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1;1;1)$ đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0$ và $(\beta): x+y+z+6=0$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong (ω) bằng

A. $45\pi.$ **B.** $3\sqrt{5}.$ **C.** $9\pi.$ **D.** $3.$

Lời giải

Chọn C.

Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu (S). Theo bài ra, ta có $IA=d\left(I;(\alpha)\right)=d\left(I;(\beta)\right).$

$d\left(I;(\alpha)\right)=d\left(I;(\beta)\right)\Leftrightarrow |x+y+z-6|=|x+y+z+6|\Leftrightarrow (P): x+y+z=0.$

$(\alpha)//(\beta)$ suy ra $IA=\dfrac{d\left((\alpha);(\beta)\right)}{2}=2\sqrt{3}\Rightarrow (S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12.$

$\Rightarrow$ Tập hợp tâm của mặt cầu (S) là giao tuyến của mặt cầu (S_1) và mặt phẳng (P) hay chính là hình tròn có bán kính $R=\sqrt{R_{(S_1)}^2-d^2\left(A;(P)\right)}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=3.$

Vậy diện tích của hình phẳng cần tính là $S=\pi R^2=9\pi.$

Phần 5: TỔNG HỢP GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

Câu 51: **[2H3-5.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t\\ z=3-t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=2t'\\ y=-1-2t'\\ z=5-2t'\end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $d\equiv d'$. **B.** d cắt d'. **C.** d và d' chéo nhau. **D.** $d//d'$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Do $\overrightarrow{u_{d'}} = 2\overrightarrow{u_d}$ và $M(1;2;3) \in d \Rightarrow M \notin d' \Rightarrow d // d'$

Câu 52: **[2H3-5.2-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;2)$ và hai đường thẳng $d: 2x = y = z$, $d': \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 0 \end{cases}$. Tìm tọa độ của điểm N thuộc đường thẳng d' sao cho đường thẳng AN cắt đường thẳng d tại một điểm.

A. $N(0;3;0)$. **B.** $N(2;1;0)$.

C. $N(1;2;0)$. **D.** Không có điểm N như thế.

Lời giải. Viết lại $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2} \longrightarrow d: \begin{cases} x = t' \\ y = 2t' \\ z = 2t' \end{cases}$. Gọi $\begin{cases} M(m;2m;2m) \in d \\ N(1+n;2-n;0) \in d' \end{cases}$.

Suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{AM} = (m;2m;2m-2) \\ \overrightarrow{AN} = (1+n;2-n;-2) \end{cases} \longrightarrow \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}\right] = (2mn-8m-2n+4;2mn+4m-2n-2;-3mn)$.

Để AN cắt d tại $M \longleftrightarrow$ ba điểm A, M, N thẳng hàng $\longleftrightarrow \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}\right] = \vec{0}$

$\begin{cases} 2mn-8m-2n+4=0 \\ 2mn+4m-2n-2=0 \\ -3mn=0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 0 \end{cases} \longrightarrow N(1;2;0)$. **Chọn C.**

Nhận xét. Chỗ này khi giải bài cho học sinh, rất nhiều giáo viên mắc sai lầm là cho hai vectơ cùng phương và xét tỉ lệ. Trong bài này dính tham số nên làm như thế không ổn.

Câu 53: [2H3-5.2-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = 3-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và $d': \begin{cases} x = 2+2t' \\ y = 3+4t' \\ z = 5-2t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng d cắt đường thẳng d'.

B. Đường thẳng d song song với đường thẳng d'.

C. Đường thẳng d trùng với đường thẳng d'.

D. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

Lời giải

Chọn B.

Hai đường thẳng d, d' có 2 vectơ chỉ phương lần lượt là: $\overrightarrow{u_1} = (1;2;-1)$ và $\overrightarrow{u_2} = (2;4;-2) = 2\overrightarrow{u_1}$ nên hai đường thẳng d, d' hoặc song song hoặc trùng nhau.

Lấy $M(1;0;3) \in d$, thay vào d' ta có: $\begin{cases} 1 = 2+2t' \\ 0 = 3+4t' \\ 3 = 5-2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -0,5 \\ t' = -0,75 \\ t' = 1 \end{cases}$ (vô lý) nên hai đường thẳng d, d' song song với nhau.

Câu 54: **[2H3-5.3-3]** Cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(4;5;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $3x-4y+5z+6=0$. Đường thẳng AB cắt (P) tại điểm M. Tính tỷ số $\frac{MB}{MA}$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;3;-3)$. Phương trình đường thẳng AB là $(d):\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1-t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$

Gọi M là giao điểm của (d) và (P), ta có hệ:

$$\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1-t\\3x-4y+5z+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1-t\\3+3t-8-4t+5-5t+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\x=2\\y=3\\z=0\end{cases}\Rightarrow M(2;3;0).$$

Ta có $\overrightarrow{MA}=(-1;-1;1),\overrightarrow{MB}=(2;2;-2)\Rightarrow\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MA}$. Vậy $\frac{MB}{MA}=2.$

Câu 55: **[2H3-5.3-3]** Cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(4;5;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $3x-4y+5z+6=0$. Đường thẳng AB cắt (P) tại điểm M. Tính tỷ số $\frac{MB}{MA}$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;3;-3)$. Phương trình đường thẳng AB là $(d):\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1-t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$

Gọi M là giao điểm của (d) và (P), ta có hệ:

$$\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1-t\\3x-4y+5z+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1-t\\3+3t-8-4t+5-5t+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\x=2\\y=3\\z=0\end{cases}\Rightarrow M(2;3;0).$$

Ta có $\overrightarrow{MA}=(-1;-1;1),\overrightarrow{MB}=(2;2;-2)\Rightarrow\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MA}$. Vậy $\frac{MB}{MA}=2.$

Câu 56: **[2H3-5.3-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0)$, $B(1;2;2)$, $M(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-20=0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng AB sao cho MN song song với mặt phẳng (P).

A. $N\left(2;1;1\right)$. **B.** $N\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};-1\right)$. **C.** $N\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};1\right)$. **D.** $N\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng AB đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB}=\left(-1;1;2\right)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+t \\ z=2t \end{cases}$.

Do $N\in AB$ nên $N\left(2-t;1+t;2t\right)\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(1-t;t;2t\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=\left(1;1;1\right)$.

$$MN//(P)\Rightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{n}=0\Leftrightarrow 1-t+t+2t=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}\Rightarrow N\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}-1\right).$$

Câu 57: **[2H3-5.3-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A\left(0;2;0\right)$, $M\left(2;1;-1\right)$ và cắt các trục Ox, Oz lần lượt tại B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ bằng 6.

A. $2x+3y+z-6=0;\ \ x-6y+8z+12=0$. **B.** $2x+3y+z-6=0;\ \ x-6y+8z-12=0$.

C. $2x+3y+z+6=0;\ \ x-6y+8z-12=0$. **D.** $2x+3y+z+6=0;\ \ x-6y+8z+12=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $B\in Ox\Rightarrow B\left(b;0;0\right)$, $C\in Oz\Rightarrow C\left(0;0;c\right)$. Vì $OABC$ là một tứ diện nên $B\neq O$ và $C\neq O$. Suy ra $a.b\neq 0$, $OA=2$, $OB=\left|b\right|$, $OC=\left|c\right|$, $V_{OABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}\left|b.2.c\right|=\frac{1}{3}\left|b.c\right|$.

Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng cần tìm. Phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ theo đoạn chắn là $\frac{x}{a}+\frac{y}{2}+\frac{z}{c}=1$. Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua M và thể tích tứ diện $OABC$ bằng 6 khi:

$$\begin{cases} \frac{2}{b}+\frac{1}{2}+\frac{-1}{c}=1 \\ \frac{1}{3}\left|b.c\right|=6 \end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2c-b=9 \\ bc=18 \end{cases} \\ \begin{cases} 2c-b=-9 \\ bc=-18 \end{cases} \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=2c-9 \\ 2c^2-9c-18=0 \end{cases} \\ \begin{cases} b=2c+9 \\ 2c^2+9c+18=0 \end{cases}\left(vn\right) \end{array}\right.\Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ c=6 \end{cases}\vee\begin{cases} b=-12 \\ c=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

Với $\begin{cases} b=3 \\ c=6 \end{cases}$, phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$: $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{6}=1$ hay $2x+3y+z-6=0$.

Với $\begin{cases} b=-12 \\ c=-\frac{3}{2} \end{cases}$, phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$: $\frac{x}{-12}+\frac{y}{2}+\frac{2z}{-3}=1$ hay $x-6y+8z+12=0$.

Câu 58: **[2H3-5.3-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(0;2;0)$, $M(2;1;-1)$ và cắt các trục Ox, Oz lần lượt tại B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ bằng 6.

A. $2x+3y+z-6=0$; $x-6y+8z+12=0$. **B.** $2x+3y+z-6=0$; $x-6y+8z-12=0$.

C. $2x+3y+z+6=0$; $x-6y+8z-12=0$. **D.** $2x+3y+z+6=0$; $x-6y+8z+12=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $B\in Ox \Rightarrow B(b;0;0)$, $C\in Oz \Rightarrow C(0;0;c)$. Vì $OABC$ là một tứ diện nên $B\neq O$ và $C\neq O$. Suy ra $a.b\neq 0$, $OA=2$, $OB=|b|$, $OC=|c|$, $V_{OABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}|b.2.c|=\frac{1}{3}|b.c|$.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Phương trình mặt phẳng (α) theo đoạn chắn là $\frac{x}{a}+\frac{y}{2}+\frac{z}{c}=1$. Mặt phẳng (α) đi qua M và thể tích tứ diện $OABC$ bằng 6 khi:

$$\begin{cases}\frac{2}{b}+\frac{1}{2}+\frac{-1}{c}=1\\ \frac{1}{3}|b.c|=6\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2c-b=9\\ bc=18\end{cases}\\ \begin{cases}2c-b=-9\\ bc=-18\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}b=2c-9\\ 2c^2-9c-18=0\end{cases}\\ \begin{cases}b=2c+9\\ 2c^2+9c+18=0\end{cases}(vn)\end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases}b=3\\ c=6\end{cases}\vee\begin{cases}b=-12\\ c=-\frac{3}{2}\end{cases}$$

Với $\begin{cases}b=3\\ c=6\end{cases}$, phương trình mặt phẳng (α) : $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{6}=1$ hay $2x+3y+z-6=0$.

Với $\begin{cases}b=-12\\ c=-\frac{3}{2}\end{cases}$, phương trình mặt phẳng (α) : $\frac{x}{-12}+\frac{y}{2}+\frac{2z}{-3}=1$ hay $x-6y+8z+12=0$.

Câu 59: [2H3-5.3-4]Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P):x-2y+z-1=0$, $(Q):x-2y+z+8=0$ và $(R): x-2y+z-4=0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba mặt phẳng $(P),(Q),(R)$ lần lượt tại A,B,C. Đặt $T=\frac{AB^2}{4}+\frac{144}{AC}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của T.

A. $\min T=54\sqrt[3]{2}$. **B.** $\min T=108$. **C.** $\min T=72\sqrt[3]{3}$. **D.** $\min T=96$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $(P)//(Q)//(R)$ và $\frac{AB}{AC}=\frac{d((P),(Q))}{d((P),(R))}=3$

$$T=\frac{AB^2}{4}+\frac{144}{AC}=\frac{AB^2}{4}+\frac{72}{AC}+\frac{72}{AC}\geq 3\sqrt[3]{\frac{AB^2}{AC^2}\cdot\frac{72.72}{4}}=54\sqrt[3]{2}.$$

Câu 60: [2H3-5.4-3] Cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y-7)^2+(z+1)^2=36$ và mặt phẳng $(P):3x+y-z+m=0$. Tìm m để mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất

A. $m=-20$. **B.** $m=6$. **C.** $m=36$. **D.** $m=20$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

• Mặt cầu S tâm $I(4;7;-1)$ bán kính $R=6$

• Mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất khi mặt mặt (P) đi qua tâm I của mặt cầu, khi đó đường tròn giao tuyến còn gọi là đường tròn xích đạo. Khi đó $I(4;7;-1)\in(S) \Leftrightarrow m=-20$

Câu 61: **[2H3-5.4-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ tâm I của đường tròn giao tuyến với mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=64$ với mặt phẳng $(\alpha):2x+2y+z+10=0$

A. $\left(-\frac{7}{3};-\frac{7}{3};-\frac{2}{3}\right)$. **B.** $(-2;-2;-2)$. **C.** $\left(-\frac{2}{3};-\frac{7}{3};-\frac{7}{3}\right)$. **D.** $\left(-\frac{7}{3};-\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=8$..

Phương trình đường thẳng d đi qua $I(1;1;1)$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x+2y+z+10=0$.

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=1+2t\\z=1+t\end{cases}$.

Gọi J là tâm của mặt cầu (S). Suy ra : $J=d\cap(\alpha)$.

Vậy $J(1+2t;1+2t;1+t)$.

Mà $J\in(\alpha):2(1+2t)+2(1+2t)+1+t+10=0$.

$\Leftrightarrow t=-\frac{5}{3}$. Suy ra $J\left(-\frac{7}{3};-\frac{7}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 62: **[2H3-5.4-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ tâm I của đường tròn giao tuyến với mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=64$ với mặt phẳng $(\alpha):2x+2y+z+10=0$

A. $\left(-\frac{7}{3};-\frac{7}{3};-\frac{2}{3}\right)$. **B.** $(-2;-2;-2)$. **C.** $\left(-\frac{2}{3};-\frac{7}{3};-\frac{7}{3}\right)$. **D.** $\left(-\frac{7}{3};-\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=8$..

Phương trình đường thẳng d đi qua $I(1;1;1)$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x+2y+z+10=0$.

Phương trình tham số của $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+2t \\ z=1+t \end{cases}$.

Gọi J là tâm của mặt cầu (S). Suy ra : $J=d\cap(\alpha)$.

Vậy $J(1+2t;1+2t;1+t)$.

Mà $J\in(\alpha):2(1+2t)+2(1+2t)+1+t+10=0$.

$\Leftrightarrow t=-\frac{5}{3}$. Suy ra $J\left(-\frac{7}{3};-\frac{7}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 63: **[2H3-5.4-4]** Cho 3 số thực $x;y;z$ thỏa mãn $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=2x+3y+6z$.

A. $T=49$. **B** $T=7$. **C.** $T=48$. **D.** $T=20$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0$ có tâm $I(1;2;2)$ và bán kính $R=4$.

Xét mặt phẳng $(P):2x+3y+6z-T=0$

Để tồn tại ba giá trị $x,\ y,\ z$ thì mặt phẳng và mặt cầu phải cắt nhau.

Do đó, $d\left(I,(P)\right)<R\Leftrightarrow\frac{|20-T|}{7}<4\Leftrightarrow|20-T|<28\Leftrightarrow-28<20-T<28\Leftrightarrow-8<T<48$.

Vậy $T_{\max}=48$

Câu 64: **[2H3-5.4-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$ và $D(1;1;1)$ với $m,n>0;m+n=1$. Biết khi m,n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với (ABC) và đi qua điểm D. Tính bán kính R của mặt cầu đó.

A. $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$(P):\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+\frac{z}{1}=1\Leftrightarrow nx+my+mnz-mn=0$

$\Leftrightarrow(1-m)x+my+m(1-m)z-m(1-m)=0$

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu cố định

$\Rightarrow d\left(I,(P)\right)=k$ (hằng số)

$$\Leftrightarrow\frac{\left|(1-m)a+mb+m(1-m)c-m(1-m)\right|}{\sqrt{(1-m)^2+m^2+m^2(1-m)^2}}=k$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|m^2(1-c)+m(-a+b+c-1)+a\right|}{\sqrt{(m^2-m+1)^2}}=k$$

Do k là hằng số $\forall m \in \mathbb{R}$ nên $\dfrac{1-c}{1}=\dfrac{-a+b+c-1}{-1}=\dfrac{a}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1-c \\ b=1-c \end{cases}$

Ta lại có $R=d(I,(P))=ID=k$

$\Leftrightarrow |a|=\sqrt{(1-a)^2+(1-b)^2+(1-c)^2} \Leftrightarrow c=0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$

$\Rightarrow R=1$.

Câu 65: **[2H3-5.4-4]** Cho 3 số thực $x;y;z$ thỏa mãn $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=2x+3y+6z$.

A. $T=49$. **B** $T=7$. **C.** $T=48$. **D.** $T=20$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z-7=0$ có tâm $I(1;2;2)$ và bán kính $R=4$.

Xét mặt phẳng $(P): 2x+3y+6z-T=0$

Để tồn tại ba giá trị $x,\ y,\ z$ thì mặt phẳng và mặt cầu phải cắt nhau.

Do đó, $d(I,(P))<R \Leftrightarrow \dfrac{|20-T|}{7}<4 \Leftrightarrow |20-T|<28 \Leftrightarrow -28<20-T<28 \Leftrightarrow -8<T<48$.

Vậy $T_{\max}=48$

Câu 66: **[2H3-5.4-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$ và $D(1;1;1)$ với $m,n>0; m+n=1$. Biết khi m,n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với (ABC) và đi qua điểm D. Tính bán kính R của mặt cầu đó.

A. $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$(P): \dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}+\dfrac{z}{1}=1 \Leftrightarrow nx+my+mnz-mn=0$

$\Leftrightarrow (1-m)x+my+m(1-m)z-m(1-m)=0$

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu cố định

$\Rightarrow d(I,(P))=k$ (hằng số)

$$\Leftrightarrow \frac{\left|(1-m)a+mb+m(1-m)c-m(1-m)\right|}{\sqrt{(1-m)^2+m^2+m^2(1-m)^2}}=k$$

$\Leftrightarrow \dfrac{\left|m^2(1-c)+m(-a+b+c-1)+a\right|}{\sqrt{\left(m^2-m+1\right)^2}}=k$

Do k là hằng số $\forall m\in\mathbb{R}$ nên $\dfrac{1-c}{1}=\dfrac{-a+b+c-1}{-1}=\dfrac{a}{1}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1-c\\b=1-c\end{cases}$

Ta lại có $R=d\left(I,(P)\right)=ID=k$

$\Leftrightarrow |a|=\sqrt{(1-a)^2+(1-b)^2+(1-c)^2}$ $\Leftrightarrow c=0$ $\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$

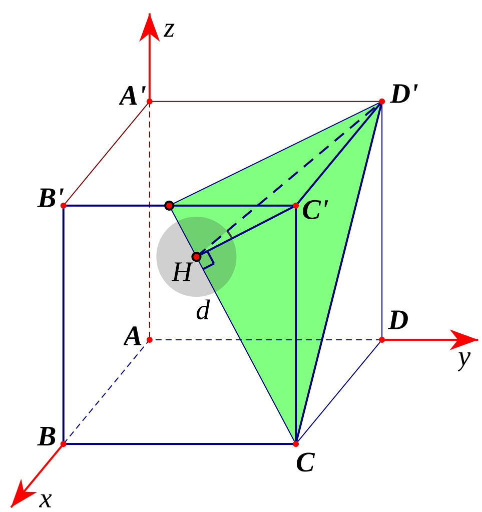
$\Rightarrow R=1$.

Câu 67: [2H3-5.6-3] Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$ và $A'(0;0;1)$. Xét mặt phẳng (P) chứa CD', gọi α là góc giữa (P) và mặt phẳng $(BB'C'C)$. Giá trị nhỏ nhất của α là

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Cách 1 (Xác định góc giữa hai mp – tìm BĐT liên quan) Gọi giao tuyến $d=(P)\cap(BB'C'C)$ (qua C), trong $(BB'C'C)$ dựng $C'H\perp d$ mà $C'D'\perp d$ $\Rightarrow D'H\perp d$ do đó

$\left((P),(BB'C'C)\right)=\widehat{C'HD'}=\alpha$

Ta có $\tan\alpha=\dfrac{C'D'}{C'H}=\dfrac{1}{C'H}\ge\dfrac{1}{CC'}=1\left(\text{do } C'H\le CC'\right)$ $\Rightarrow\alpha\ge 45^\circ$. Vậy góc nhỏ nhất là $\alpha=45^\circ$.

Cách 2 (áp dụng tính chất hình học về góc giữa hai mặt phẳng lớn hơn góc giữa một đường thẳng nằm trong mặt này so với mặt kia)

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng CD' nên suy ra góc $\left((P),(BB'C'C)\right)\ge\left(CD',(BB'C'C)\right)=45^\circ$.

Vậy góc nhỏ nhất là $\alpha=45^\circ$.

Câu 68: [2H3-5.6-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0$ và hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(2;0;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B sao cho góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) nhỏ nhất.

A. $4x+y-2z-10=0$. **B.** $x+2y+3z+1=0$.
C. $x-y-3=0$. **D.** $2x+y-z-6=0$.

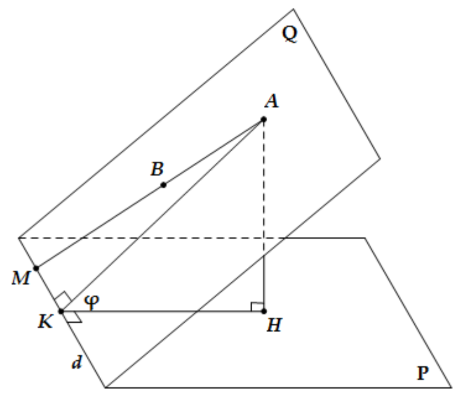
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $M = AB \cap (P)$ và $d = (P) \cap (Q)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (P). Dựng $HK \perp d$.

Khi đó, $((P);(Q)) = \varphi$.



Ta có $\sin\varphi = \dfrac{AH}{AK} \geq \dfrac{AH}{AM}$.

φ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \sin\varphi$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow K \equiv M$.

$\overrightarrow{AB} = (1;-2;1)$; $\overrightarrow{n_P} = (1;1;-1)$.

Ta có $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{n_P}\end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{n_P}\right] = (1;2;3)$.

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{u_d} \\ \overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{AB}\end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} = \left[\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{AB}\right] = (8;2;-4)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và có $\overrightarrow{n_Q} = (8;2;-4)$ có phương trình

$8(x-1)+2(y-2)-4(z+2)=0 \Leftrightarrow 4x+y-2z-10=0$.

Câu 69: [2H3-5.6-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0$ và hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(2;0;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B sao cho góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) nhỏ nhất.

A. $4x+y-2z-10=0$. **B.** $x+2y+3z+1=0$.
C. $x-y-3=0$. **D.** $2x+y-z-6=0$.

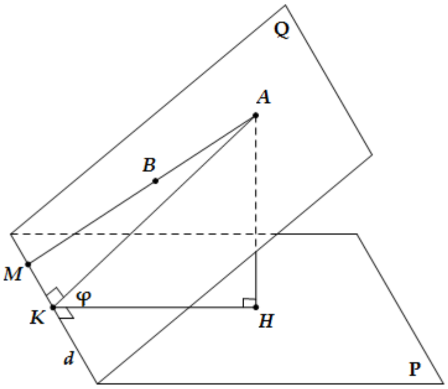
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $M = AB \cap (P)$ và $d = (P) \cap (Q)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (P). Dựng $HK \perp d$.

Khi đó, $\left((P);(Q)\right)=\varphi$.



Ta có $\sin\varphi=\dfrac{AH}{AK}\geq\dfrac{AH}{AM}$.

φ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \sin\varphi$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow K\equiv M$.

$\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)$; $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$.

Ta có $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{AB}\\ \overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_P}\end{array}\right\}\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{n_P}\right]=(1;2;3)$.

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{n_Q}\perp\overrightarrow{u_d}\\ \overrightarrow{n_Q}\perp\overrightarrow{AB}\end{array}\right\}\Rightarrow\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{AB}\right]=(8;2;-4)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và có $\overrightarrow{n_Q}=(8;2;-4)$ có phương trình

$8(x-1)+2(y-2)-4(z+2)=0\Leftrightarrow 4x+y-2z-10=0$.

Câu 70: **[2H3-5.8-3]** Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;2;0)$, và $A'(0;0;3)$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(A'BD)$ gần bằng:

A. $43°25'$. **B.** $46°35'$. **C.** $52°13'$. **D.** $48°47'$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Có $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=(1;2;3)$.

Mặt phẳng $(A'BD):\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z=6$.

$\sin\left(AC';(A'BD)\right)=\dfrac{|6.1+3.2+2.3|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\dfrac{18}{7\sqrt{14}}$.

Vậy góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(A'BD)$ gần bằng $43°25'$.

Câu 71: [2H3-5.8-3] Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+ay+bz-1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Biết rằng $(\alpha)\,//\,\Delta$ và (α) tạo với các trục Ox, Oz các góc giống nhau. Tìm giá trị của a.

A. $a=-1$ hoặc $a=1$. **B.** $a=2$ hoặc $a=0$.

C. $a=0$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Chọn D.

Chọn $A(0;0;1)\in\Delta$.

Ta có $\begin{cases}\vec{u}_{\Delta}=(1;-1;-1)\\ \vec{n}_{(\alpha)}=(1;a;b)\end{cases}$ mà $(\alpha)//\Delta\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{u}_{\Delta}=0\\ A\notin(\alpha)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-a-b=0\\ b\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=1\\ b\neq 1\end{cases}$ $(*)$.

Mặt khác (α) tạo với các trục $Ox,\ Oz$ các góc bằng nhau, suy ra $\sin\left(\vec{n}_{(\alpha)};\vec{i}\right)=\sin\left(\vec{n}_{(\alpha)};\vec{k}\right)$ với $\begin{cases}\vec{i}=(1;0;0)\\ \vec{k}=(0;0;1)\end{cases}$

$\Rightarrow\dfrac{\left|\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{i}\right|}{\left|\vec{n}_{(\alpha)}\right|\left|\vec{i}\right|}=\dfrac{\left|\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}_{(\alpha)}\right|\left|\vec{k}\right|}\Leftrightarrow\dfrac{1}{1}=\dfrac{|b|}{1}\Leftrightarrow b=\pm1$, thế vào $(*)$, ta được $\left[\begin{array}{l}a=2\\ a=0\end{array}\right.$.

Khi $a=2$ thì $b=-1$ (thỏa mãn), khi $a=0$ thì $b=1$ (không thỏa mãn)

Vậy $a=2$.

Câu 72: [2H3-5.8-3] Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+ay+bz-1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Biết rằng $(\alpha)\ //\ \Delta$ và (α) tạo với các trục $Ox,\ Oz$ các góc giống nhau. Tìm giá trị của a.

A. $a=-1$ hoặc $a=1$. **B.** $a=2$ hoặc $a=0$.

C. $a=0$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Chọn D.

Chọn $A(0;0;1)\in\Delta$.

Ta có $\begin{cases}\vec{u}_{\Delta}=(1;-1;-1)\\ \vec{n}_{(\alpha)}=(1;a;b)\end{cases}$ mà $(\alpha)//\Delta\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{u}_{\Delta}=0\\ A\notin(\alpha)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-a-b=0\\ b\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=1\\ b\neq 1\end{cases}$ $(*)$.

Mặt khác (α) tạo với các trục $Ox,\ Oz$ các góc bằng nhau, suy ra $\sin\left(\vec{n}_{(\alpha)};\vec{i}\right)=\sin\left(\vec{n}_{(\alpha)};\vec{k}\right)$ với $\begin{cases}\vec{i}=(1;0;0)\\ \vec{k}=(0;0;1)\end{cases}$

$\Rightarrow\dfrac{\left|\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{i}\right|}{\left|\vec{n}_{(\alpha)}\right|\left|\vec{i}\right|}=\dfrac{\left|\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}_{(\alpha)}\right|\left|\vec{k}\right|}\Leftrightarrow\dfrac{1}{1}=\dfrac{|b|}{1}\Leftrightarrow b=\pm1$, thế vào $(*)$, ta được $\left[\begin{array}{l}a=2\\ a=0\end{array}\right.$.

Khi $a=2$ thì $b=-1$ (thỏa mãn), khi $a=0$ thì $b=1$ (không thỏa mãn)

Vậy $a=2$.

Câu 73: **[2H3-5.8-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{3}$ và đường thẳng $d:\frac{x+3}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua Δ và tạo với đường thẳng d một góc lớn nhất.

A. $19x-17y-20z-77=0$.

B. $19x-17y-20z+34=0$.

C. $31x-8y-5z+91=0$.

D. $31x-8y-5z-98=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1:

Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(3;1;2)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;0;-1)$ và có VTCP là $\vec{u}=(1;2;3)$.

Do $\Delta\subset(P)$ nên $M\in(P)$. Giả sử VTPT của (P) là $\vec{n}=(A;B;C),\left(A^2+B^2+C^2\neq 0\right)$.

Phương trình (P) có dạng $A(x-3)+By+C(z+1)=0$.

Do $\Delta\subset(P)$ nên $\vec{u}.\vec{n}=0\Leftrightarrow A+2B+3C=0\Leftrightarrow A=-2B-3C$.

Gọi α là góc giữa d và (P). Ta có

$$sin\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{u_1}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{|3A+B+2C|}{\sqrt{14}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{|3(-2B-3C)+B+2C|}{\sqrt{14}.\sqrt{(-2B-3C)^2+B^2+C^2}}$$

$$=\frac{|5B+7C|}{\sqrt{14}.\sqrt{5B^2 12BC+10C^2}}=\frac{1}{\sqrt{14}}\sqrt{\frac{(5B+7C)^2}{5B^2+12BC+10C^2}}.$$

TH1: Với $C=0$ thì $sin\alpha=\sqrt{\frac{5}{14}}=\frac{\sqrt{70}}{14}$.

TH2: Với $C\neq 0$ đặt $t=\frac{B}{C}$ ta có $sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{14}}\sqrt{\frac{(5t+7)^2}{5t^2+12t+10}}$.

Xét hàm số $f(t)=\frac{(5t+7)^2}{5t^2+12t+10}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t)=\frac{-50t^2+10t+112}{\left(5t^2+12t+10\right)^2}$.

$$f'(t)=0\Leftrightarrow -50t^2+10t+112=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=\frac{8}{5}\Rightarrow f\left(\frac{8}{5}\right)=\frac{75}{14} \\ t=-\frac{7}{5}\Rightarrow f\left(-\frac{7}{5}\right)=0 \end{array}\right..$$

Và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(t)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{(5t+7)^2}{5t^2+12t+10}=5$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		$-\frac{7}{5}$		$\frac{8}{5}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	5	↘	0	↗	$\frac{75}{14}$	↘	5

Từ đó ta có $Maxf\left(t\right)=\frac{75}{14}$ khi $t=\frac{8}{5}\Rightarrow\frac{B}{C}=\frac{8}{5}$. Khi đó $sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{14}}.\sqrt{f\left(\frac{8}{5}\right)}=\frac{\sqrt{75}}{14}$.

So sánh TH1 và Th2 ta có $sin\alpha$ lớn nhất là $sin\alpha=\frac{\sqrt{75}}{14}$ khi $\frac{B}{C}=\frac{8}{5}$.

Chọn $B=-8\Rightarrow C=-5\Rightarrow A=31$.

Phương trình $\left(P\right)$ là $31\left(x-3\right)-8y-5\left(z+1\right)=0\Leftrightarrow 31x-8y-5z-98=0$.

Cách 2:

Gọi $\vec{n}\neq\vec{0}$ là vtpt của (P)

$\vec{u}=(1;2;3)$ là vtcp của đường thẳng Δ.Kiểm tra đk : $\vec{n}.\vec{u}=0$ loại được A,B

Lấy $M(3;0;-1)\in\Delta$ .Kiểm tra đk $M\in(P)$:Loại được C Vậy chọn D

Câu 74: **[2H3-5.8-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{3}$ và đường thẳng $d:\frac{x+3}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua Δ và tạo với đường thẳng d một góc lớn nhất.

A. $19x-17y-20z-77=0$.
B. $19x-17y-20z+34=0$.
C. $31x-8y-5z+91=0$.
D. $31x-8y-5z-98=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1:

Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=\left(3;1;2\right)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M\left(3;0;-1\right)$ và có VTCP là $\vec{u}=\left(1;2;3\right)$.

Do $\Delta\subset\left(P\right)$ nên $M\in\left(P\right)$. Giả sử VTPT của $\left(P\right)$ là $\vec{n}=\left(A;B;C\right),\left(A^2+B^2+C^2\neq 0\right)$.

Phương trình $\left(P\right)$ có dạng $A\left(x-3\right)+By+C\left(z+1\right)=0$.

Do $\Delta\subset\left(P\right)$ nên $\vec{u}.\vec{n}=0\Leftrightarrow A+2B+3C=0\Leftrightarrow A=-2B-3C$.

Gọi α là góc giữa d và $\left(P\right)$. Ta có

$$sin\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{u_1}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|3A+B+2C\right|}{\sqrt{14}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{\left|3\left(-2B-3C\right)+B+2C\right|}{\sqrt{14}.\sqrt{\left(-2B-3C\right)^2+B^2+C^2}}$$

$$=\frac{\left|5B+7C\right|}{\sqrt{14}.\sqrt{5B^2 12BC+10C^2}}=\frac{1}{\sqrt{14}}\sqrt{\frac{\left(5B+7C\right)^2}{5B^2+12BC+10C^2}}.$$

TH1: Với $C=0$ thì $sin\alpha=\sqrt{\frac{5}{14}}=\frac{\sqrt{70}}{14}$.

TH2: Với $C \neq 0$ đặt $t = \frac{B}{C}$ ta có $sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{14}}\sqrt{\frac{(5t+7)^2}{5t^2+12t+10}}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{(5t+7)^2}{5t^2+12t+10}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t) = \frac{-50t^2+10t+112}{(5t^2+12t+10)^2}$.

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow -50t^2+10t+112 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{8}{5} \Rightarrow f\left(\frac{8}{5}\right) = \frac{75}{14} \\ t = -\frac{7}{5} \Rightarrow f\left(-\frac{7}{5}\right) = 0 \end{array}\right..$$

Và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(t) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{(5t+7)^2}{5t^2+12t+10} = 5$.

Bảng biến thiên

$$\begin{array}{c|ccccccc}
t & -\infty & & -\frac{7}{5} & & \frac{8}{5} & & +\infty \\
\hline
f'(t) & & - & 0 & + & 0 & - & \\
\hline
 & 5 & & & & \frac{75}{14} & & \\
f(t) & & \searrow & & \nearrow & & \searrow & \\
 & & & 0 & & & & 5
\end{array}$$

Từ đó ta có $Maxf(t) = \frac{75}{14}$ khi $t = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{B}{C} = \frac{8}{5}$. Khi đó $sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{14}}.\sqrt{f\left(\frac{8}{5}\right)} = \frac{\sqrt{75}}{14}$.

So sánh TH1 và Th2 ta có $sin\alpha$ lớn nhất là $sin\alpha = \frac{\sqrt{75}}{14}$ khi $\frac{B}{C} = \frac{8}{5}$.

Chọn $B = -8 \Rightarrow C = -5 \Rightarrow A = 31$.

Phương trình (P) là $31(x-3) - 8y - 5(z+1) = 0 \Leftrightarrow 31x - 8y - 5z - 98 = 0$.

Cách 2:

Gọi $\vec{n} \neq \vec{0}$ là vtpt của (P)

$\vec{u} = (1;2;3)$ là vtcp của đường thẳng Δ.Kiểm tra đk : $\vec{n}.\vec{u} = 0$ loại được A, B

Lấy $M(3;0;-1) \in \Delta$ .Kiểm tra đk $M \in (P)$:Loại được C Vậy chọn D

Câu 75: **[2H3-5.9-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;2;4)$ và $N(0;1;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M sao cho khoảng cách từ N đến (P) là lớn nhất. Khi đó, khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?

A. $d = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d = \sqrt{3}$. **C.** $d = \frac{1}{3}$. **D.** $d = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi H là hình chiếu của N lên mặt phẳng (P). Khi đó, tam giác MNH vuông tại H nên $NH \le NM$. Do đó, để khoảng cách từ N đến mặt phẳng (P) lớn nhất thì $M \equiv H$ hay (P) qua M và có vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{MN} = (1;-1;1)$.

Suy ra: $(P):(x+1)-(y-2)+(z-4)=0 \Leftrightarrow x-y+z-1=0$

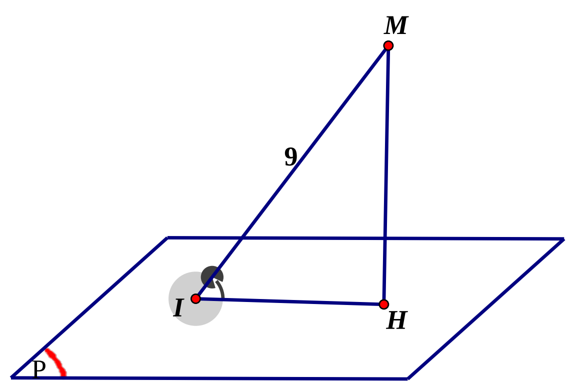
Vậy $d\left(O;(P)\right)=\dfrac{|-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 76: [2H3-5.9-3] Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, gọi I là giao điểm của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+2z-7=0$. Tính khoảng cách từ điểm $M \in d$ đến (P), biết $IM=9$.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng (P).

Ta có $\widehat{MIH}=\widehat{\left(d,(P)\right)}$. Khi đó $\sin MIH = \left|\cos\left(\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right)\right| = \dfrac{|2+4+2|}{3.3}=\dfrac{8}{9}$

Suy ra $d\left(M,(P)\right)=MH=MI.\sin MIH = 9.\dfrac{8}{9}=8$.

Câu 77: **[2H3-5.9-3]** Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho mặt phẳng $(P):(m-1)x+y+mz-1=0$ và điểm $A(1;1;2)$. Với giá trị nào của m thì khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là lớn nhất.

A. 5 **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A.

$d\left(A,\ (P)\right)=\dfrac{|m-1+1+2m-1|}{\sqrt{(m-1)^2+1+m^2}}=\dfrac{|3m-1|}{\sqrt{2m^2-2m+2}}=\sqrt{\dfrac{9m^2-6m+1}{2m^2-2m+2}}$

Xét hàm số $f(m)=\dfrac{9m^2-6m+1}{2m^2-2m+2}$. Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$f'(m)=\dfrac{-6m^2+32m-10}{(2m^2-2m+2)^2}$; $f'(m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=5\\ m=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

m	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		5		$+\infty$
$f'(m)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(m)$	$\frac{9}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{14}{3}$	$\searrow$	$\frac{9}{2}$

Vậy, $d(A,(P))$ lớn nhất khi và chỉ khi $f(m)$ lớn nhất $\Leftrightarrow m=5$.

Câu 78: **[2H3-5.9-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2;1;3)$, $B(0;-1;-1)$, $C(-1;-2;0)$, $D'(3;-2;1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'B'C'D')$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$\overrightarrow{AB}(-2;-2;-4)=-2(1;1;2)=-2\vec{x}$

$\overrightarrow{AC}(-3-3;-3)=-3(1;1;1)=-3\vec{y}$

Mặt phẳng $(ABCD)$ qua điểm A và nhận $\left[\vec{x};\vec{y}\right]=(-1;1;0)$ là vec tơ pháp tuyến nên có phương trình $-x+y+1=0$.

$d(A;(A'B'C'D'))=d(D';(ABCD))=\dfrac{|-3-2+1|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$.

Câu 79: **[2H3-5.9-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;2)$ sao cho khoảng cách từ điểm $N(3;-1;4)$ đến mặt phẳng (P) là lớn nhất.

A. $x-y+z-8=0$. **B.** $x-y+z-2=0$. **C.** $x-y+z+2=0$. **D.** $x-y+z+8=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $d(N,(P))\le MN$. Do đó khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (P) lớn nhất khi $d(N,(P))=MN$ xảy ra $\Leftrightarrow MN\perp(P)$. Như vậy mặt phẳng (P) cần tìm là mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với MN . Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;-2;2)$ là véctơ pháp tuyến của (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P): $2(x-1)-2(y-1)+2(z-2)=0$ hay $x-y+z-2=0$.

Câu 80: **[2H3-5.9-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Tìm tọa độ điểm M trên d có cao độ dương sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

A. $M(10;21;32)$. **B** $M(5;11;17)$. **C.** $M(1;3;5)$. **D.** $M(7;15;23)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi M thuộc đường thẳng d có dạng $M(t;1+2t;2+3t)$.

Theo đề: $d(M,(P))=3 \Leftrightarrow \frac{|t+2(1+2t)-2(2+3t)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3 \Leftrightarrow |1-t|=9$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-8 \Rightarrow M(-8;-15;-22) \\ t=10 \Rightarrow M(10;21;32) \end{array}\right.$

Do M có cao độ dương nên ta nhận $M(10;21;32)$.

Câu 81: **[2H3-5.9-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2;1;3)$, $B(0;-1;-1)$, $C(-1;-2;0)$, $D'(3;-2;1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'B'C'D')$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$\overrightarrow{AB}(-2;-2;-4)=-2(1;1;2)=-2\vec{x}$

$\overrightarrow{AC}(-3-3;-3)=-3(1;1;1)=-3\vec{y}$

Mặt phẳng $(ABCD)$ qua điểm A và nhận $[\vec{x};\vec{y}]=(-1;1;0)$ là vec tơ pháp tuyến nên có phương trình $-x+y+1=0$.

$d(A;(A'B'C'D'))=d(D';(ABCD))=\frac{|-3-2+1|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$.

Câu 82: **[2H3-5.9-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;2)$ sao cho khoảng cách từ điểm $N(3;-1;4)$ đến mặt phẳng (P) là lớn nhất.

A. $x-y+z-8=0$. **B.** $x-y+z-2=0$. **C.** $x-y+z+2=0$. **D.** $x-y+z+8=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $d(N,(P))\le MN$. Do đó khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (P) lớn nhất khi $d(N,(P))=MN$ xảy ra $\Leftrightarrow MN\perp(P)$. Như vậy mặt phẳng (P) cần tìm là mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với MN. Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;-2;2)$ là véctơ pháp tuyến của (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P): $2(x-1)-2(y-1)+2(z-2)=0$ hay $x-y+z-2=0$.

Câu 83: **[2H3-5.9-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Tìm tọa độ điểm M trên d có cao độ dương sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

A. $M(10;21;32)$. **B** $M(5;11;17)$. **C.** $M(1;3;5)$. **D.** $M(7;15;23)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi M thuộc đường thẳng d có dạng $M(t;1+2t;2+3t)$.

Theo đề: $d(M,(P))=3 \Leftrightarrow \frac{|t+2(1+2t)-2(2+3t)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3 \Leftrightarrow |1-t|=9$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-8 \Rightarrow M(-8;-15;-22) \\ t=10 \Rightarrow M(10;21;32) \end{array}\right.$$

Do M có cao độ dương nên ta nhận $M(10;21;32)$.

Câu 84: **[2H3-5.9-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y-2z+5=0$. Tìm điểm A trên d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3, biết A có hoành độ dương.

A. $A(0;0;-1)$. **B.** $A(-2;1;-2)$. **C.** $A(2;-1;0)$. **D.** $A(4;-2;1)$.

Lời giải. Gọi $A(2t;-t;-1+t)\in d$ với $t>0$.

Theo đề bài, ta có $d[A,(\alpha)]=3 \Leftrightarrow \frac{|2t-2(-t)-2(-1+t)+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3 \Leftrightarrow \frac{|2t+7|}{3}=3$

$\Leftrightarrow |2t+7|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-8 \end{array}\right. \to t=1 \to A(2;-1;0)$. **Chọn C.**

Câu 85: [2H3-5.9-3]Cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-2z+15=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2y-2z-1=0$. Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc mặt phẳng (P) đến một điểm thuộc mặt cầu (S) là

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của I trên (P) và A là giao điểm của IH với (S). Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc mặt phẳng (P) đến một điểm thuộc mặt cầu (S) là đoạn AH. $AH=d(I,(P))-R=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 86: [2H3-5.9-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-3;-2)$, $B(1;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-4=0$. Điểm M thuộc đường thẳng AB sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox, biết $z_M<0$.

A. $(5;0;0)$. **B.** $(7;0;0)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(3;0;0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;1;2)$. Đường thẳng AB có phương trình tham số dạng: $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-2+t \\ z=\quad\ 2t \end{cases}$.

Điểm $M(1-2t;-2+t;\ 2t)$ thuộc đường thẳng AB.

$d(M,(P))=2 \Leftrightarrow \dfrac{|2(1-2t)+2(-2+t)-2t-4|}{3}=2 \Leftrightarrow |-4t-6|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4t-6=-6 \\ -4t-6=6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=-3 \end{array}\right.$

Do $z_M<0$ nên điểm $M(7;-5;-6)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox là $(7;0;0)$.

Câu 87: **[2H3-5.9-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;4)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$. Tọa độ điểm H thuộc Δ sao cho đoạn thẳng MH nhỏ nhất.

A. $H(1;2;1)$. **B.** $H(3;4;5)$. **C.** $H(0;1;-1)$. **D.** $H(2;3;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

H thuộc $\Delta \Rightarrow H(1+t;2+t;1+2t)$.

$MH=\sqrt{(1-t)^2+(1+t)^2+(3-2t)^2}=\sqrt{6t^2-12t+11}=\sqrt{6(t-1)^2+5}\geq\sqrt{5}$

MH nhỏ nhất $\Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(2;3;3)$.

Câu 88: [2H3-5.9-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $O(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;1)$. Hỏi có bao nhiêu điểm cách đều các mặt phẳng (OAB), (OBC), (OCA), (ABC)?

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\begin{cases} (OAB)\equiv(Oxy) \\ (OCD)\equiv(Oyz) \\ (CDA)\equiv(Oxz) \\ (ABC): x+y+z=1 \end{cases}$. Gọi $P(a;b;c)$ là tọa độ điểm cần tìm.

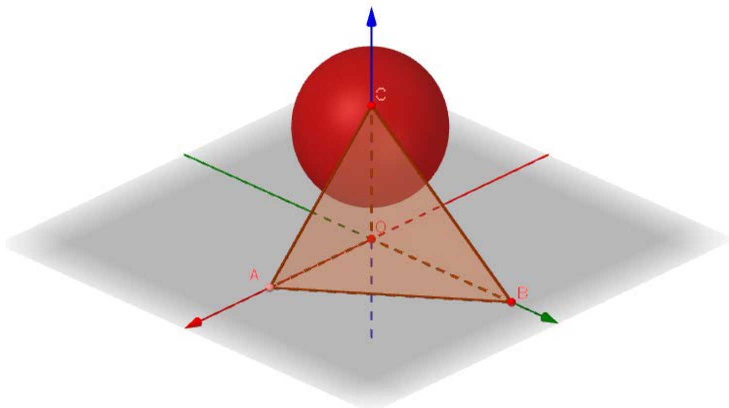
Theo đề bài, ta cần có $|a|=|b|=|c|=\dfrac{|a+b+c-1|}{\sqrt{3}}$.

Có tất cả 8 trường hợp và đều có nghiệm. Cụ thể:

- $|a|=|b|=|c| \longrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b=c \\ a=b=-c \\ a=-b=c \\ -a=b=c \end{array}\right.$.

- Mỗi trường hợp trên kết hợp với $|c| = \frac{|a+b+c-1|}{\sqrt{3}}$ sinh ra hai trường hợp.

Nhận xét. Hình dung về mặt hình học bài này như sau: Một điểm dễ thấy nhất là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện. Bốn điểm còn lại khó thấy hơn là bốn tâm mặt cầu bàng tiếp của tứ diện. Ba điểm còn lại rất khó hình dung là nằm trong góc tam diện như hình vẽ sau (trường hợp này rất nhạy cảm, đặc biệt cho bài này là OA, OB, OC đôi một vuông góc).



Câu 89: **[2H3-5.9-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất. Khi đó

A. $a+b+c=5$. **B.** $a+b+c=6$. **C.** $a+b+c=7$. **D.** $a+b+c=8$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $I(1;2;3)$ và vuông góc (P)

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}$.

Gọi A, B lần lượt là giao của d và (S), khi đó tọa độ A, B ứng với t là nghiệm của phương trình

$(1+2t-1)^2+(2-2t-2)^2+(3+t-3)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-1 \end{array}\right.$

Với $t=1 \Rightarrow A(3;0;4) \Rightarrow d(A;(P))=\frac{13}{3}$.

Với $t=-1 \Rightarrow B(-1;4;2) \Rightarrow d(B;(P))=\frac{5}{3}$.

Với mọi điểm $M(a;b;c)$ trên (S) ta luôn có $d(B;(P)) \le d(M;(P)) \le d(A;(P))$.

Vậy khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất bằng $\frac{13}{3}$ khi $M(3;0;4)$

Do đó $a+b+c=7$.

Câu 90: **[2H3-5.9-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất. Khi đó

A. $a+b+c=5$. **B.** $a+b+c=6$. **C.** $a+b+c=7$. **D.** $a+b+c=8$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $I(1;2;3)$ và vuông góc (P)

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}$.

Gọi A,B lần lượt là giao của d và (S), khi đó tọa độ A,B ứng với t là nghiệm của phương trình

$(1+2t-1)^2+(2-2t-2)^2+(3+t-3)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-1 \end{array}\right.$

Với $t=1 \Rightarrow A(3;0;4) \Rightarrow d(A;(P))=\dfrac{13}{3}$.

Với $t=-1 \Rightarrow B(-1;4;2) \Rightarrow d(B;(P))=\dfrac{5}{3}$.

Với mọi điểm $M(a;b;c)$ trên (S) ta luôn có $d(B;(P)) \le d(M;(P)) \le d(A;(P))$.

Vậy khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất bằng $\dfrac{13}{3}$ khi $M(3;0;4)$

Do đó $a+b+c=7$.

Câu 91: **[2H3-5.9-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c dương thỏa mãn $a+b+c=4$. Biết rằng khi a, b, c thay đổi thì tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách d từ $M(1;1;-1)$ tới mặt phẳng (P).

A. $d=\sqrt{3}$. **B.** $d=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $d=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c dương $\Rightarrow$ $OABC$ là tam diện vuông.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ $\Rightarrow$ $I\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2};\dfrac{c}{2}\right)$

Theo giả thiết $a+b+c=4$ $\Leftrightarrow$ $2.\dfrac{a}{2}+2.\dfrac{b}{2}+2.\dfrac{c}{2}=4$

$\Leftrightarrow$ $2x_I+2y_I+2z_I=4$

$\Leftrightarrow$ $x_I+y_I+z_I=2$

$\Rightarrow$ Tâm I nằm trên mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$

Vậy $d=d\left(M,(P)\right)=\dfrac{|1+1-1-2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 92: **[2H3-5.10-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho điểm $A(1;0;0)$. Với α là tham số thực, gọi d_α là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_\alpha): \sin\alpha.x+\sin\alpha\cos\alpha.y+\cos^2\alpha.z+\cos\alpha=0$ và $(Q_\alpha): \cos\alpha.x+\sin^2\alpha.y-\sin\alpha\cos\alpha.z-\sin\alpha=0$. Tính khoảng cách từ A đến d_α.

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Chọn $M(0;y;z)\in d_\alpha$, ta có: $\begin{cases}\sin\alpha\cos\alpha.y+\cos^2\alpha.z+\cos\alpha=0\\ \sin^2\alpha.y-\sin\alpha\cos\alpha.z-\sin\alpha=0\end{cases}\Leftrightarrow y=0; z=-\dfrac{1}{\cos\alpha}$

Suy ra: $M\left(0;0;-\dfrac{1}{\cos\alpha}\right)\Rightarrow\overrightarrow{MA}=\left(1;0;\dfrac{1}{\cos\alpha}\right)$

Đường thẳng d_α có vectơ chỉ phương là:

$\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=\left(-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha;\cos^3\alpha+\sin^2\alpha.\cos\alpha;\sin^3\alpha-\sin\alpha.\cos^2\alpha\right)$

Vậy $d(A,d_\alpha)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MA}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\left|\left(1;\sin^3\alpha+2\sin^2\alpha.\cos\alpha-\sin\alpha.\cos^2\alpha;-\cos\alpha\right)\right|}{\left|\left(-2\sin^2\alpha.\cos^2\alpha;\cos\alpha;\sin^3\alpha-\sin\alpha.\cos^2\alpha\right)\right|}=\sqrt{2}$.

Câu 93: [2H3-5.10-3]Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$, $d_2:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-3}$. Mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2. Khoảng cách từ $M(1;1;1)$ đến (P) là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng d_1 đi qua $A(-1;1;2)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;3)$

Đường thẳng d_2 có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;-3)$

$\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-3;3;3)=-3(1;-1;-1)$.

Vì (P) chứa d_1 và song song với d_2 nên suy ra (P) đi qua $A(-1;1;2)$ và có VTPT $\vec{n}=(1;-1;-1)$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]$ có phương trình là: $(P): x-y-z+4=0$.

Khoảng cách từ điểm $M(1;1;1)$ đến mp(P) là:

$d\left(M,(P)\right)=\dfrac{|1-1-1+4|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$.

Câu 94: **[2H3-5.10-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=-t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$ và các điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;2;0)$. Gọi d là đường thẳng đi qua B, cắt đường thẳng Δ và có khoảng cách từ A tới d lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng Δ.
B. Đường thẳng d vuông góc với trục Oz.
C. Đường thẳng d vuông góc với trục Ox.
D. Đường thẳng d vuông góc với trục Oy.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử d cắt Δ tại $M(t+1;0;-t)$. Ta có $\overrightarrow{BM}=(t+2;-2;-t)$ là vectơ chỉ phương của d

$$d\left(A,(d)\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BM}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{BM}\right|}=\sqrt{\frac{(2-t)^2+(2-2t)^2+(4-t)^2}{(t+2)^2+4+t^2}}=\sqrt{\frac{6t^2-20t+24}{2t^2+4t+8}}.$$

Xét $f(t)=\dfrac{6t^2-20t+24}{2t^2+4t+8}$; $f'(t)=\dfrac{64t^2-256}{2t^2+4t+8}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\pm 2$.

Lập BBT ta có $f(t)$ đạt giá trị lớn nhất khi $t=-2\Rightarrow\overrightarrow{BM}=(0;-2;2)$

Vậy Đường thẳng d vuông góc với trục Ox.

Câu 95: [2H3-5.10-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;0)$, $B(1;0;-2)$, $C(3;-1;-1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC.

A. $\dfrac{\sqrt{21}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;1;-2)$ và $\overrightarrow{BC}=(2;-1;1)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(-1;-4;-2)$.

Khi đó $d[A,BC]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{BC}\right|}=\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 96: [2H3-5.10-4] Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ mặt phẳng $(P):\left(m^2+m+1\right)x+2\left(m^2-1\right)y+2(m+2)z+m^2+m+1=0$ luôn chứa đường thẳng Δ cố định khi m thay đổi. Tính khoảng cách từ gốc toạ độ đến Δ.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1: Ta có $(P):\left(m^2+m+1\right)x+2\left(m^2-1\right)y+2(m+2)z+m^2+m+1=0$

$\Leftrightarrow(x+2y+2z+1)m^2+(x+2z+1)m+x-2y+4z+1=0$

Phương trình nghiệm đúng với mọi m $\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+1=0 \\ x+2z+1=0 \\ x-2y+4z+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1-2t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.

Vậy (P) luôn chứa đường thẳng cố định Δ có PT như trên.

Gọi $H(-1-2t;t;t)\in\Delta$ là hình chiếu của O lên Δ.

$\Rightarrow \overrightarrow{OH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0 \Leftrightarrow -2(-1-2t)+t+t=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{3} \Rightarrow H\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$

$\Rightarrow OH=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

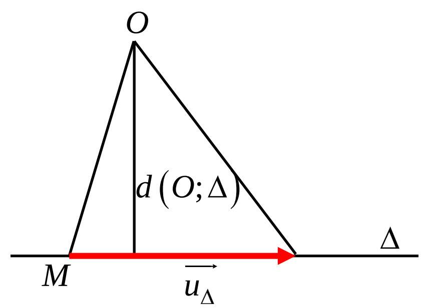
Cách 2: Lấy $m=0 \Rightarrow (P_1): x-2y+4z+1=0$.

Lấy $m=-1 \Rightarrow (P_2): x+2z+1=0$.

Suy ra $\Delta=(P_1)\cap(P_2) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x-2y+4z+1=0 \\ x+2z+1=0 \end{cases}$.

Trong hệ trên đặt $z=t \Rightarrow x=-1-2t; y=t$

$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=-1-2t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.



Lấy $M(-1;0;0)\in\Delta$, $\overrightarrow{u_\Delta}=(-2;1;1)$ $\Rightarrow d(O;\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_\Delta}\right|}=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 97: **[2H3-5.10-4]** Trong không gian với hệ $(Oxyz)$ cho điểm $M(1;2;3)$; $A(1;0;0)$; $B(0;0;3)$. Đường thẳng Δ đi qua M và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A ; B đến Δ lớn nhất có phương trình là:

A. $\Delta: \frac{x-1}{6}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-3}$.
B. $\Delta: \frac{x-1}{6}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{6}=\frac{z-3}{2}$.
D. $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{6}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $d(A;\Delta)+d(B;\Delta)\le MA+MB$.

Để tổng khoảng cách từ các điểm A ; B đến Δ lớn nhất thì.

$d(A;\Delta)+d(B;\Delta)=MA+MB \Leftrightarrow \begin{cases} MA\perp\Delta \\ MB\perp\Delta \end{cases}$.

Suy ra d qua M, vtcp $\vec{u}=\left[\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}\right]=(-6;3;-2)=(6;-3;2)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ cần tìm là: $\Delta: \frac{x-1}{6}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{2}$.

Câu 98: **[2H3-5.10-4]** Trong không gian với hệ $(Oxyz)$ cho điểm $M(1;2;3)$; $A(1;0;0)$; $B(0;0;3)$. Đường thẳng Δ đi qua M và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A ; B đến Δ lớn nhất có phương trình là:

A. $\Delta:\frac{x-1}{6}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-3}$. **B.** $\Delta:\frac{x-1}{6}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{2}$.

C. $\Delta:\frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{6}=\frac{z-3}{2}$. **D.** $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{6}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $d(A;\Delta)+d(B;\Delta)\le MA+MB$.

Để tổng khoảng cách từ các điểm A ; B đến Δ lớn nhất thì.

$$d(A;\Delta)+d(B;\Delta)=MA+MB\Leftrightarrow\begin{cases}MA\perp\Delta\\MB\perp\Delta\end{cases}.$$

Suy ra d qua M, vtcp $\vec{u}=\left[\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}\right]=(-6;3;-2)=(6;-3;2)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ cần tìm là: $\Delta:\frac{x-1}{6}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{2}$.

Câu 99: **[2H3-5.13-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(5;4;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+6=0$ Nếu M thay đổi thuộc (P) thì giá trị nhỏ nhất của MA^2+MB^2 là

A. 60. **B.** 50. **C.** $\frac{200}{3}$. **D.** $\frac{2968}{25}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $I(3;3;3)$ là trung điểm đoạn AB. Ta có $MA^2+MB^2=2MI^2+\frac{AB^2}{2}$.

Do đó MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất khi $MI\perp(P)$.

$$MI=d\left(I,(P)\right)=\frac{|6+3-3+6|}{\sqrt{4+1+1}}=2\sqrt{6};\ AB=\sqrt{4^2+2^2+2^2}=\sqrt{24}.$$

$$MA^2+MB^2=2\left(2\sqrt{6}\right)^2+\frac{\left(\sqrt{24}\right)^2}{2}=60.$$

Câu 100: [2H3-5.13-3]Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=9$ và tam giác ABC với $A(5;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(4;5;0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc cầu (S) sao cho khối tứ diện $MABC$ có thể tích lớn nhất.

A. $M(0;0;3)$. **B.** $M(2;3;2)$. **C.** $M(2;3;8)$. **D.** $M(0;0;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$V_{M.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.MJ$

Để $V_{M.ABC}$ lớn nhất $\Leftrightarrow MJ$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $MJ\perp(ABC)$

$\Rightarrow M=IJ\cap(S)$

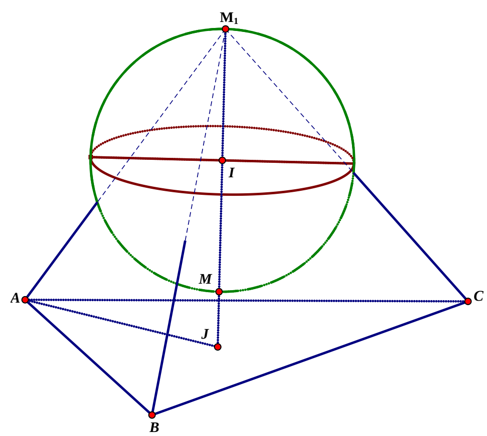
Phương trình mặt phẳng (ABC): $z=0$

Đường thẳng $JI:\begin{cases}x=2\\y=3\\z=5+t\end{cases}\Rightarrow M(2;3;5+t)$

$M\in(S)\Rightarrow$ $(2-2)^2+(3-3)^2+(5+t-5)^2=9\Rightarrow t=\pm3$

$\Rightarrow M(2;3;2),M_1(2;3;8)$

Do $MJ=d(M_1,(ABC))>d(M,(ABC))$ $\Rightarrow M_1(2;3;8)$



Câu 101: **[2H3-5.13-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;4)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1+2t\end{cases}$. Tìm tọa độ điểm H thuộc đường thẳng Δ sao cho đoạn MH có độ dài nhỏ nhất.

A. $H(2;3;3)$. **B.** $H(1;2;1)$. **C.** $H(0;1;-1)$. **D.** $H(3;4;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$H\in\Delta\Rightarrow H(1+t;2+t;1+2t)$.

$MH=\sqrt{(t-1)^2+(1+t)^2+(2t-3)^2}=\sqrt{6t^2-12t+11}=\sqrt{6(t-1)^2+5}\geq\sqrt{5}$.

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow t=1$.

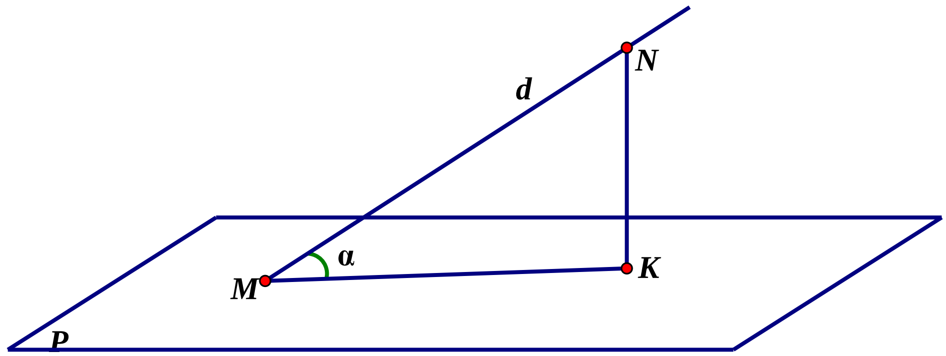
Vậy $H(2;3;3)$.

Câu 102: **[2H3-5.13-3]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) và đường thẳng (d) tương ứng có phương trình là $2x-y+3z-3=0$ và $\frac{x+1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$. Biết đường thẳng (d) cắt mặt phẳng (P) tại điểm M. Gọi N là điểm thuộc (d) sao cho $MN=3$, gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm N trên mặt phẳng (P). Tính độ dài đoạn MK.

A. $MK=\frac{7}{\sqrt{105}}$. **B.** $MK=\frac{7}{4\sqrt{21}}$. **C.** $MK=\frac{4\sqrt{21}}{7}$. **D.** $MK=\frac{\sqrt{105}}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



(P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$, (d) có vec tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;-1)$.

Gọi α là góc giữa (P) và (d). Ta có: $\sin\alpha=\left|\dfrac{\vec{n}.\vec{u}}{|\vec{n}|.|\vec{u}|}\right|=\dfrac{8}{\sqrt{14}.\sqrt{6}}=\dfrac{4}{\sqrt{21}}\Rightarrow\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}}$.

Tam giác MNK vuông tại K nên $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}}=\dfrac{MK}{MN}\Leftrightarrow MK=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}}.3=\dfrac{\sqrt{105}}{7}$.

Câu 103: **[2H3-5.13-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và hai đường thẳng $(\Delta_1):\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$; $(\Delta_2):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+6}{-1}$. Lấy điểm N trên (Δ_1) và P trên (Δ_2) sao cho M,N,P thẳng hàng. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng NP.

A. $(0;2;3)$. **B.** $(2;0;-7)$. **C.** $(1;1;-3)$. **D.** $(1;1;-2)$.

Lời giải

Chọn D.

$N\in\Delta_1\Rightarrow N(2-t;\ t;\ 1+t)$, $P\in\Delta_2\Rightarrow P(2t';\ -1+t';\ -6-t)$.

$\overrightarrow{MN}=(1-t;t-1;3+t)$

$\overrightarrow{MP}=(2t'-1;t'-2;-4-t')$

Ba điểm M,N,P thẳng hàng $\Leftrightarrow\overrightarrow{MP}=k\overrightarrow{MN}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2t'-1=k(1-t)\\t'-2=k(t-1)\\-4-t'=k(3+t)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2t'-1=-(t'-2)\\t'-2=k(t-1)\\-t'-4=k(t+3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=1\\k=-\dfrac{1}{t-1}\\-5=\dfrac{-1}{(t-1)}(t+3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=1\\t=2\end{cases}$$

$\Rightarrow N(0;2;3)$, $P(2;0;-7)$

Tọa độ trung điểm của NP là: $(1;1;-2)$.

Câu 104: **[2H3-5.13-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-3=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-5t\\y=4+2t\\z=1\end{cases}$. Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A và B. Tính độ dài đoạn AB?

A. $\dfrac{\sqrt{17}}{17}$.　　**B.** $\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$.　　**C.** $\dfrac{\sqrt{29}}{29}$.　　**D.** $\dfrac{2\sqrt{17}}{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tọa độ các giao điểm của d và (S) là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Từ (*) ta có: $(2-5t)^2 + (4+2t)^2 + 1^2 - 2(2-5t) - 4(4+2t) + 2 - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 29t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \dfrac{2}{29} \end{array}\right.$$

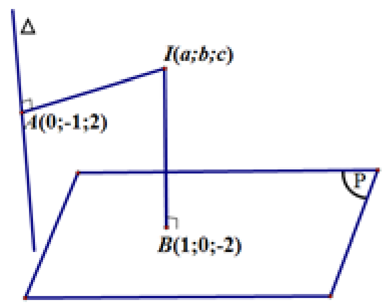
Với $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow A(2;4;1)$ hoặc $t = \dfrac{2}{29} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{48}{29} \\ y = \dfrac{120}{29} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow B\left(\dfrac{48}{29}; \dfrac{120}{29}; 1\right)$

Vậy $\overrightarrow{AB} = \left(-\dfrac{10}{29}; \dfrac{4}{29}; 0\right) \Rightarrow AB = \dfrac{2\sqrt{29}}{29}$.

Câu 105: **[2H3-5.13-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(0;-1;2)$ và $B(1;0;-2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $I(a;b;c)$ trên $\Delta: \dfrac{x}{4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$ và $(P): 2x - y - 2z - 6 = 0$. Tính $S = a + b + c$.

A. $3+\sqrt{2}$.　　**B.** $5+\sqrt{3}$.　　**C.** 0.　　**D.** $4+\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải



Chọn C.

Ta có $\Delta: \dfrac{x}{4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-1} \Rightarrow \vec{a} = (4;1;-1)$

$(P): 2x - y - 2z - 6 = 0 \Rightarrow \vec{n} = (2;-1;-2)$

Gọi d là đường thẳng đi qua $B(1;0;-2)$ và vuông góc với *mp(P)*, phương trình tham số của d là:

$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -t \\ z = -2-2t \end{cases}$$

Vì B là hình chiếu của I trên *(P)* nên $I \in d \Rightarrow I(1+2t;-t;-2-2t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AI} = (1+2t;1-t;-4-2t)$

Vì A là hình chiếu của I trên Δ nên $\Rightarrow \overrightarrow{AI} \perp \vec{a} \Rightarrow \overrightarrow{AI}.\vec{a} = 0 \Rightarrow 4(1+2t)+1-t-(-4-2t)=0$

$\Rightarrow t = -1$

Do đó $I(1+2t;-t;-2-2t) = (-1;1;0) \Rightarrow a=-1; b=1; c=0$

Vậy $a+b+c=0$.

Câu 106: [2H3-5.13-3] Cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 2+t \\ z = -1-2t \end{cases}$ và $d_2: \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-2}{-1}$. Gọi d là đường thẳng vuông góc chung của d_1 và d_2, $M(a,b,c)$ thuộc d, $N(4;4;1)$. Khi độ dài MN ngắn nhất thì $a+b+c$ bằng?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $P(2+t;2+t;-1-2t) \in d_1$ và $Q(2+4t';2-3t';2-t')$

Ta có: $\vec{a} = (1;1;-2)$, $\vec{b} = (4;-3;-1)$ và $\overrightarrow{PQ} = (4t'-t;-3t'-t;-t'+2t+3)$

Khi đó: $\begin{cases} \vec{a}.\overrightarrow{PQ} = 0 \\ \vec{b}.\overrightarrow{PQ} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4t'-t-3t'-t-2(-t'+2t+3) = 0 \\ 4(4t'-t)-3(-3t'-t)-1(-t'+2t+3) = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3t'-6t = 6 \\ 26t'-3t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 0 \\ t = -1 \end{cases}$

Suy ra $P(1;1;1)$ và $Q(2;2;2) \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = (1;1;1)$

Nên $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 1+t \end{cases}$

Gọi $M(1+t;1+t;1+t)$ nên $\overrightarrow{NM} = (t-3;t-3;t)$

Do đó: $NM = \sqrt{(t-3)^2+(t-3)^2+t^2} = \sqrt{3t^2-12t+18} = \sqrt{3(t-2)^2+6} \geq \sqrt{6}$

Đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng $\sqrt{6}$ khi $t=2$.

Suy ra $M(3;3;3) \Rightarrow a+b+c = 9$.

Câu 107: **[2H3-5.13-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I\left(2;-3;-4\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng d tại điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H=\left(4;2;-2\right)$. **B.** $H=\left(1;0;-1\right)$. **C.** $H=\left(-\dfrac{1}{2};0;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $H=\left(-\dfrac{1}{2};-1;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Vì mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng d tại điểm H nên H là hình chiếu của I lên d.

Ta có d có phương trình tham số: $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=-2+2t \left(t\in\mathbb{R}\right) \\ z=-t \end{cases}$ và có một VTCP $\overrightarrow{u_d}=\left(3;2;-1\right)$.

$H\in d\Rightarrow H\left(-2+3t;-2+2t;-t\right)\Rightarrow\overrightarrow{IH}=\left(-4+3t;1+2t;4-t\right)$.

Mà $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{IH}=0\Leftrightarrow 3\left(-4+3t\right)+2\left(1+2t\right)-1\left(4-t\right)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H\left(1;0;-1\right)$.

Câu 108: **[2H3-5.13-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-2}{3}$; $d_2:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-5}{-1}$. Hai điểm M, N lần lượt thuộc hai đường thẳng d_1 và d_2 sao cho đường thẳng MN cắt mặt cầu $\left(S\right)$ tại hai điểm A,B. Tìm tọa độ điểm N để đoạn thẳng AB có độ dài lớn nhất.

A. $N=\left(0;-2;2\right)$. **B.** $N=\left(4;-3;1\right)$. **C.** $N=\left(2;0;1\right)$. **D.** $N=\left(-2;-4;3\right)$.

Lời giải

Kiểm tra ba điểm M,N,I không thẳng hàng.

Đề sai – không có đáp án

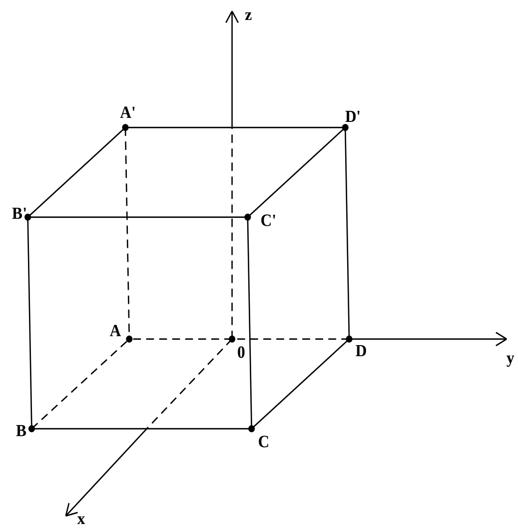
Chưa kiểm tra.

Câu 109: **[2H3-5.13-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với tọa độ các đỉnh là $A\left(0;-1;0\right),C\left(2;1;0\right)$, $B'\left(2;-1;2\right)$ và $D'\left(0;1;2\right)$. Các điểm M, N lần lượt thay đổi trên các đoạn $A'B'$ và BC sao cho $D'M\perp AN$. Tìm độ dài nhỏ nhất của đoạn thẳng MN.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.



+ Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ $\Rightarrow A'(0;-1;2)$, $B(2;-1;0)$

Phương trình đường thẳng $A'B'$ có dạng: $\begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Điểm $M \in A'B' \Rightarrow M(t;-1;2)$

Phương trình đường thẳng BC có dạng: $\begin{cases} x = 2 \\ y = k \\ z = 0 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

Điểm $N \in BC \Rightarrow N(2;k;0)$; $\overrightarrow{MN}(2-t;k+2;-2)$; $\overrightarrow{AN}(2;k+2;0)$; $\overrightarrow{D'M}(t;-2;0)$.

+ Vì $D'M \perp AN \Rightarrow 2t-2(k+2)=0$ $\Rightarrow k = t-2 \Rightarrow \overrightarrow{MN}(2-t;t;-2)$

$\Rightarrow MN_{\min} = \sqrt{(2-t)^2 + t^2 + 4} = \sqrt{6}$ tại $t = 1$.

Câu 110: **[2H3-5.13-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$ và hai điểm $A(1;0;4)$, $B(0;1;4)$. Các mặt phẳng (P_1), (P_2) chứa đường thẳng AB và lần lượt tiếp xúc với mặt cầu (S) tại các điểm H_1, H_2. Viết phương trình đường thẳng H_1H_2.

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+t \\ z=4 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=\frac{1}{2}+t \\ y=\frac{1}{2}+t \\ z=4+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3+t \\ z=2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$.

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B có phương trình $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=4 \end{cases}$.

(IH_1H_2) đi qua I và vuông góc với AB nên có phương trình $-x+y-3=0$.

Gọi H là giao điểm của AB và (IH_1H_2). Khi đó $H(-1;2;4)$.

Gọi M là giao điểm của H_1H_2 và IH. Khi đó $H_1M \perp IH$.

Ta có $\frac{IM}{IH}=\frac{IM.IH}{IH^2}=\frac{R^2}{IH^2}=\frac{1}{3}$ nên $\overrightarrow{IM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IH}$. Do đó $M(-1;2;2)$.

H_1H_2 vuông góc với IH, AB nên có vtcp $\vec{u}=-\frac{1}{3}\left[\overrightarrow{IH},\overrightarrow{AB}\right]=(1;1;0)$.

Phương trình H_1H_2 : $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases}$.

Câu 111: [2H3-5.13-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Kí hiệu d là đường thẳng đi qua D sao cho tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến d lớn nhất. Hỏi đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1;-2;1)$. **B.** $N(5;7;3)$. **C.** $P(3;4;3)$. **D.** $Q(7;13;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Kiểm tra ta thấy $D\in(ABC): 2x+3y+z-6=0$.

Ta có $\begin{cases} d[A,d]\le AD \\ d[B,d]\le BD \\ d[C,d]\le CD \end{cases} \Rightarrow d[A,d]+d[B,d]+d[C,d]\le AD+BD+CD.$

Dấu "$=$" xảy ra khi $d\perp(ABC)$ tại điểm D. Do đó $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+3t \\ z=1+t \end{cases} \longrightarrow N\in d$.

Câu 112: **[2H3-5.13-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$ và $D(1;-2;2)$. Các mặt phẳng chứa các mặt của tứ diện $ABCD$ chia không gian $Oxyz$ thành số phần là

A. 9. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có 3 đường thẳng chia mặt phẳng thành 7 phần.

3 mặt phẳng chia không gian thành 8 phần, mặt phẳng thứ 4 cắt 3 mặt phẳng trước thành 3 giao tuyến, 3 giao tuyến này chia mặt phẳng thứ 4 thành 7 phần, mỗi phần lại chia 1 phần của không gian thành 2 phần.

Vậy 4 mặt phẳng chia không gian thành 8+7=15 phần

Câu 113: **[2H3-5.13-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-4}{-1}$ và các điểm $A(2;3;-4)$, $B(4;6;-9)$. Gọi C, D là các điểm thay đổi trên đường thẳng Δ sao cho $CD = \sqrt{14}$ và mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất. Khi đó, tọa độ trung điểm của đoạn thẳng CD là

A. $\left(\dfrac{79}{35};\dfrac{64}{35};\dfrac{102}{35}\right)$

B. $\left(\dfrac{181}{5};\dfrac{-104}{5};\dfrac{-42}{5}\right)$.

C. $\left(\dfrac{101}{28};\dfrac{13}{14};\dfrac{69}{28}\right)$.

D. $(2;2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

C, D nằm trên đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1+3t \\ y = 4-2t \\ z = 4-t \end{cases}$

nên $C(-1+3t_1;4-2t_1;4-t_1), D(-1+3t_2,4-2t_2,4-t_2)$.

$\overrightarrow{AB} = (2;3;-5); \overrightarrow{AC} = (-3+3t_1;1-2t_1;8-t_1); \overrightarrow{AD} = (-3+3t_2;1-2t_2;8-t_2)$.

Ta có $CD^2 = 14 = 9(t_1-t_2)^2 + 4.(t_1-t_2)^2 + (t_1-t_2)^2 \Leftrightarrow (t_1-t_2)^2 = 1$.

Do vai trò của $t_1;t_2$ như nhau nên ta đặt $t_2 = t_1 + 1$.

Ta thấy để thể tích khối cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất thì bán kính r của khối cầu phải lớn nhất.

Mặt khác ta có $r = \dfrac{3V_{ABCD}}{S_{tp}}$.

Mặt khác $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}.AB.CD.\sin(AB,CD)$ không đổi. Vậy để r max thì S_{tp} min.

Mặt khác $S_{ACD}; S_{BCD}$ không đổi. Do vậy ta đi tìm min của $S_{ABC}+S_{ABD}$.

Ta có $S_{ABC}+S_{ABD}=\frac{1}{2}.\left(\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|+\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|\right)$.

$\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\sqrt{(29-13t_1)^2+(1+13t_1)^2+(11-13t_1)^2}$.

$\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\sqrt{(16-13t_1)^2+(14+13t_1)^2+(2+13t_1)^2}$.

Đặt $13t_1=x$ lúc này ta có

$f(x)=\sqrt{(x-29)^2+(x+1)^2+(x-11)^2}+\sqrt{(x-16)^2+(x+14)^2+(x+2)^2}$.

$f(x)=\sqrt{3x^2-78x+963}+\sqrt{3x^2+456}$.

$f'(x)=\frac{3x-39}{\sqrt{3x^2-78x+963}}+\frac{3x}{\sqrt{3x^2+456}}=0\Leftrightarrow x=\frac{13}{2}\Rightarrow t_1=\frac{1}{2}$.

Vậy $I(2;2;3)$.

Câu 114: **[2H3-5.13-4]**Cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$. Điểm $M(x;y;z)$ di động trên (S). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|2x+2y-z+16|$.

A. 2. **B.** 6. **C.** 24. **D.** 3

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$ có tâm $I(2;-1;3)$, bán kính $R=3$

Xét mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+16=0$

Đường thẳng Δ qua I và vuông góc với (P) có phương trình $x=2+2t, y=-1+2t, z=3-t$

giá trị tham số t tương ứng với giao điểm của D và (S) là $t=\pm 1$

Þ Δ và (S) cắt nhau tại 2 điểm: $A(0;-3;4)$, $B(4;1;2)$. Ta có $d(A,(P))=2$, $d(B,(P))=8$

Lấy $M(x;y;z)\in(S)\Rightarrow d(M,(P))=\frac{|2x+2y-z+16|}{3}=\frac{1}{3}P$

Luôn có $2=d(A,(P))\le d(M,(P))\le d(B,(P))=8\Leftrightarrow 2\le\frac{1}{3}P\le 8\Leftrightarrow 6\le P\le 24$

Vậy $P_{Min}=6$ khi $x=0, y=-3, z=4$.

Câu 115: **[2H3-5.14-3]**Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm $M(1;2;3)$ có hình chiếu vuông góc trên trục Ox là điểm:

A. $(0;0;3)$. **B.** $(0;0;0)$. **C.** $(0;2;0)$. **D.** $(1;0;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 116: **[2H3-5.14-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-66=0$ và điểm $M(6;7;5)$. Tìm tọa độ hình chiếu H của điểm M trên mặt phẳng (P).

A. $H(10;13;7)$. **B.** $H(10;-13;7)$. **C.** $H(10;-7;25)$. **D.** $H(10;7;25)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi d là đường thẳng qua điểm $M(6;7;5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) $\Rightarrow$ d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\vec{n}_{(P)}=(2;3;1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d : $\begin{cases} x=6+2t \\ y=7+3t \\ z=5+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Hình chiếu H của M lên (P) chính là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

$H\in d \Rightarrow H(6+2t;7+3t;5+t)$

$H\in(P) \Rightarrow 2(6+2t)+3(7+3t)+(5+t)-66=0 \Leftrightarrow 14t-28=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow H(10;13;7)$

Câu 117: **[2H3-5.14-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm $M(1;2;3)$ có hình chiếu vuông góc trên trục Ox là điểm:

A. $(0;0;3)$. **B.** $(0;0;0)$. **C.** $(0;2;0)$. **D.** $(1;0;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 118: **[2H3-5.14-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-66=0$ và điểm $M(6;7;5)$. Tìm tọa độ hình chiếu H của điểm M trên mặt phẳng (P).

A. $H(10;13;7)$. **B.** $H(10;-13;7)$. **C.** $H(10;-7;25)$. **D.** $H(10;7;25)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi d là đường thẳng qua điểm $M(6;7;5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) $\Rightarrow$ d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\vec{n}_{(P)}=(2;3;1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d : $\begin{cases} x=6+2t \\ y=7+3t \\ z=5+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Hình chiếu H của M lên (P) chính là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

$H\in d \Rightarrow H(6+2t;7+3t;5+t)$

$H\in(P) \Rightarrow 2(6+2t)+3(7+3t)+(5+t)-66=0 \Leftrightarrow 14t-28=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow H(10;13;7)$

Câu 119: **[2H3-5.14-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+3t\\z=-2t\end{cases}$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên Δ. Tính $a+b+c$.

A. 3. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng Δ có VTCP là $\vec{u}=(-1;3;-2)$, $H(a;b;c)\in\Delta\Rightarrow\exists t\in\mathbb{R}:\begin{cases}a=1-t\\b=-2+3t\\c=-2t\end{cases}$. Ta có:

$\overrightarrow{MH}=(5-t;-2+3t;-2t)$. H là hình chiếu vuông góc của M trên Δ khi $MH\perp\Delta\Leftrightarrow\vec{u}.\overrightarrow{MH}=0$

$\Leftrightarrow -1(5-t)+3(-2+3t)-2(-2t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{11}{14}$.

$\Rightarrow H\left(\dfrac{3}{14};\dfrac{5}{14};-\dfrac{22}{14}\right)$.

$\Rightarrow a+b+c=\dfrac{3}{14}+\dfrac{5}{14}-\dfrac{22}{14}=-1$.

Cách khác

Đường thẳng Δ có VTCP là $\vec{u}=(-1;3;-2)$, $H(a;b;c)\in\Delta\Rightarrow\exists t\in\mathbb{R}:\begin{cases}a=1-t\\b=-2+3t\\c=-2t\end{cases}$.

Ta có $a+b+c=1-t-2+3t-2t=-1$.

Câu 120: **[2H3-5.14-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;-5;7)$ và mặt phẳng $(\alpha):x+2y-z+1=0$. Gọi H là hình chiếu của A lên (α). Tính hoành độ điểm H.

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng (Δ) đi qua $A(-2;-5;7)$ và nhận $\vec{n}_\alpha=(1;2;-1)$ làm VTCP có phương trình

$$(\Delta):\begin{cases}x=-2+t\\y=-5+2t\\z=7-t\end{cases}$$

Gọi H là hình chiếu của A lên (α). Khi đó, tọa độ của H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x=-2+t\\y=-5+2t\\z=7-t\\x+2y-z+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=3\\x=1\\y=1\\z=4\end{cases}\Rightarrow x_H=1.$$

Câu 121: [2H3-5.15-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua d là:

A. $A'(3;1;-5)$ **B.** $A'(-3;0;5)$ **C.** $A'(3;0;-5)$ **D.** $A'(3;1;5)$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng d có một VTCP $\overrightarrow{u_d}=(3;-1;1)$.

Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d nên có một VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=\overrightarrow{u_d}=(3;-1;1)$.

Do đó $(\alpha):3x-y+z-4=0$.

Tọa độ hình chiếu vuông góc H của A trên d thỏa mãn

$$\begin{cases}\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}\\ 3x-y+z-4=0\end{cases}\Rightarrow H(2;1;-1).$$

Khi đó H là trung điểm của AA' nên suy ra $A'(3;0;-5)$.

Câu 122: **[2H3-5.15-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-4=0$ và điểm $M(1;-2;-2)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (P).

A. $N(3;4;8)$. **B.** $N(3;0;-4)$. **C.** $N(3;0;8)$. **D.** $N(3;4;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$(P):x+y-z-4=0$ có VTPT là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Theo đề đường thẳng MN qua $M(1;-2;-2)$ và nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm VTCP.

Phương trình đường thẳng $MN:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+2}{-1}$.

$H=MN\cap(P)$ nên tọa độ H thỏa hệ:

$$\begin{cases}x+y-z-4=0\\ \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+2}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y-z=4\\ x-y=3\\ -y-z=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=-1\\ z=-3\end{cases}$$

$\Rightarrow H(2;-1;-3)$

Mặt khác, H là trung điểm MN nên tọa độ N: $\begin{cases}x_N=2x_H-x_M=3\\ y_N=2y_H-y_M=0\\ x_N=2z_H-z_M=-4\end{cases}$.

Câu 123: **[2H3-5.15-3]** Cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Độ dài phân giác trong của ΔABC kẻ từ đỉnh B là

A. $\frac{2\sqrt{74}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{74}}{3}$. **C.** $\frac{3\sqrt{73}}{3}$. **D.** $2\sqrt{30}$.

Giải

Chọn B.

Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác kẻ từ đỉnh B. Ta có

$$\frac{BA}{BC}=\frac{AD}{CD}=\frac{1}{2}\Rightarrow \overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}\Rightarrow \begin{cases}2(a-1)=-a-4\\2(b-2)=-b+7\\2(c+1)=-c+5\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=-\frac{2}{3}\\b=\frac{11}{3}\\c=1\end{cases}\Rightarrow BD=\frac{2\sqrt{74}}{3}.$$

Câu 124: **[2H3-5.15-4]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử điểm $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho $\overline{MN}$ cùng phương với $\vec{u}=(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N là lớn nhất. Tính MN.

A. $MN=3$. **B.** $MN=1+2\sqrt{2}$. **C.** $MN=3\sqrt{2}$. **D.** $MN=14$.

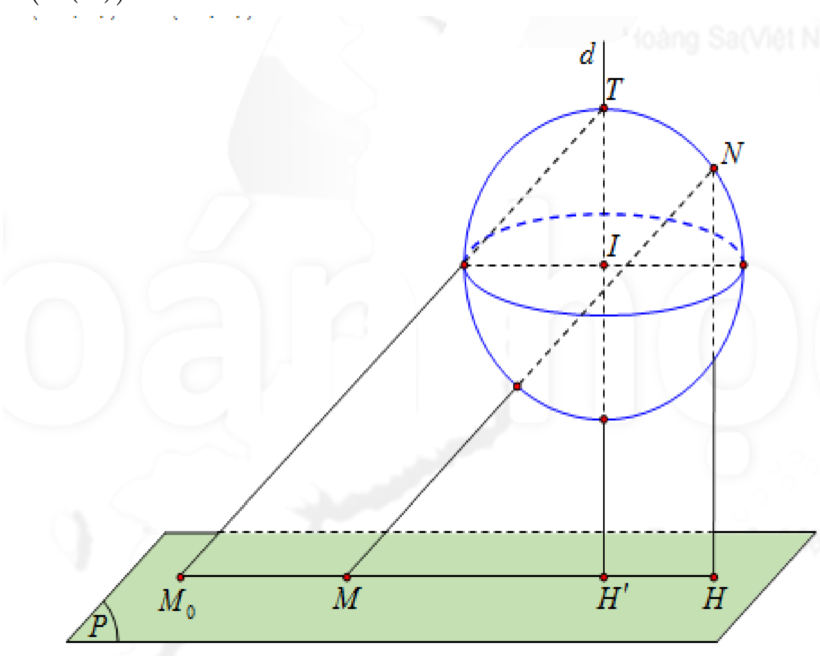
Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ bán kính $R=1$.

Ta có $d(I,(P))=\frac{|-1-4+2-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=2>R$ nên (P) không cắt (S).

Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (P). Gọi T là giao điểm của d và mặt cầu (S) thỏa $d(T;(P))>d(I;(P))$.



Ta có $d(T;(P))=d(I;(P))+R=2+1=3$.

Ta có $\cos\left(\vec{u},\overrightarrow{n_{(P)}}\right)=\frac{1.1-2.0+1.2}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}.\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

Đường thẳng MN có véctơ chỉ phương là $\vec{u}$ nên ta có

$\sin\left(MN,\left(P\right)\right)=\left|\cos\left(\vec{u},\overrightarrow{n_P}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\left(MN,\left(P\right)\right)=45^\circ$.

Gọi H là hình chiếu của N lên $\left(P\right)$. Ta có $MN=\dfrac{NH}{\sin 45^\circ}=NH.\sqrt{2}$.

Do đó MN lớn nhất khi NH lớn nhất.

Điều này xảy ra khi $N\equiv T$ và $H\equiv H'$ với H' là hình chiếu của I lên $\left(P\right)$.

Khi đó $NH_{\max}=TH'=3$ và $MN_{\max}=NH_{\max}.\sqrt{2}=3\sqrt{2}$.